

# ترمودینامیک ۲

سیکل های ترمودینامیکی

سیکل های قدرت گازی

سیکل های قدرت:  
(هدف آن ها، تولید  
قدرت است)

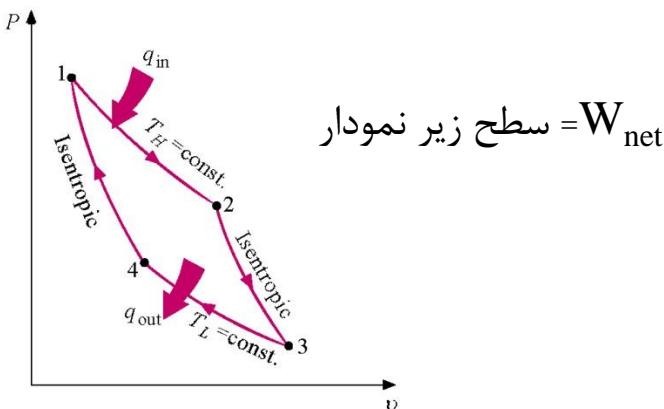
بخاری: سیال عامل می تواند در فازهای مایع و بخار ظاهر شود و از مایع به بخار و  
بالعکس تبدیل شود.

گازی: سیال عامل در سرتاسر سیکل در فاز گازی باقی می ماند.

سیکل های تبرید:  
(هدف آن ها، ایجاد  
سرماشیش با دریافت  
کار است)

بخاری یا تراکمی: سیال عامل می تواند در فازهای مایع و بخار ظاهر شود و از مایع  
به بخار و بالعکس تبدیل شود.

- سیکل قادر اصطکاک است ( چه قطعات مکانیکی و چه در مورد حرکت سیال در لوله ها)
- تمامی فرآیندهای انبساط و انقباض بصورت شبه تعادلی انجام می شوند. (در سیکل تبرید تراکمی برقرار نیست)
- لوله هایی که اجزاء مختلف سیستم را به هم متصل می کنند به خوبی عایق شده اند.



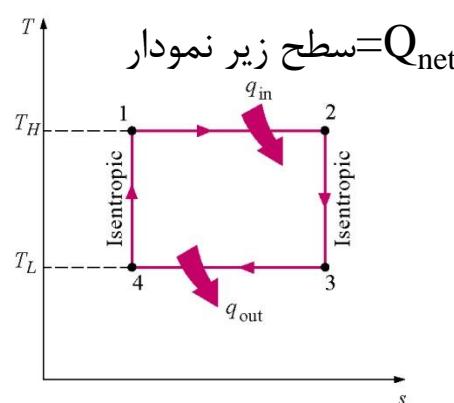
= سطح زیر نمودار

سیکل کارنو:

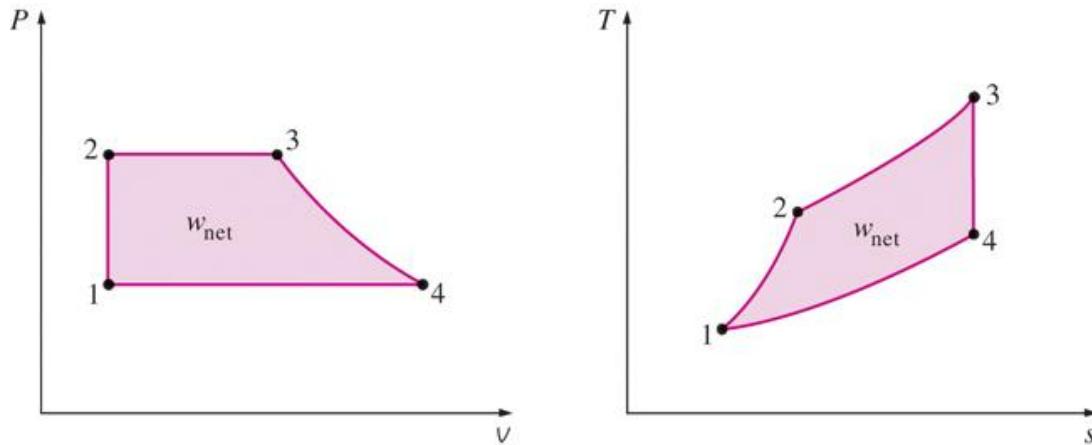
- 1-2 جذب گرما در دمای ثابت
- 2-3 انبساط آدیاباتیک برگشت پذیر
- 3-4 دفع گرما در دمای ثابت
- 4-1 انقباض آدیاباتیک برگشت پذیر

### Carnot Cycle

Process	Description
1-2	Isothermal heat addition
2-3	Isentropic expansion
3-4	Isothermal heat rejection
4-1	Isentropic compression



= سطح زیر نمودار



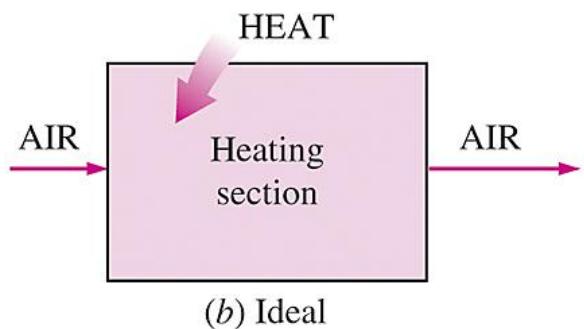
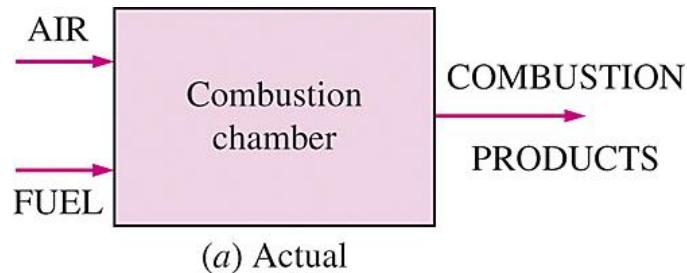
در یک سیکل بسته، گرما و کار تبادلی یا سطح زیر نمودار در دو نمودار فوق معادلند.

$$\eta_{th, Carnot} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

دلایل عدم استفاده از سیکل کارنو بعنوان ایده ال قدرت:

- تمامی فرآیندها کاملا برگشت پذیرند که در واقعیت دستیابی به آن ها غیرممکن است.
- نوع فرآیندها با فرآیندهای واقعی متفاوت است.
- مبدل حرارتی که بخواهد تبادل گرما را در دمای ثابت انجم دهد، باید ابعاد خیلی بزرگ داشته باشد یا اینکه فرآیند در زمان بسیار طولانی صورت گیرد.

# سیکل های قدرت گازی



## فرضیات استاندارد هوا

1. سیال عامل هواست و همیشه بصورت گاز ایده آل رفتار می کند.
2. تمامی فرآیندهایی که سیکل را تشکیل می دهند، برگشت پذیر داخلی هستند.
3. فرآیند احتراق با فرآیند جذب گرما جایگزین می شود.
4. فرآیند تخلیه با فرآیند دفع گرما جایگزین می شود.

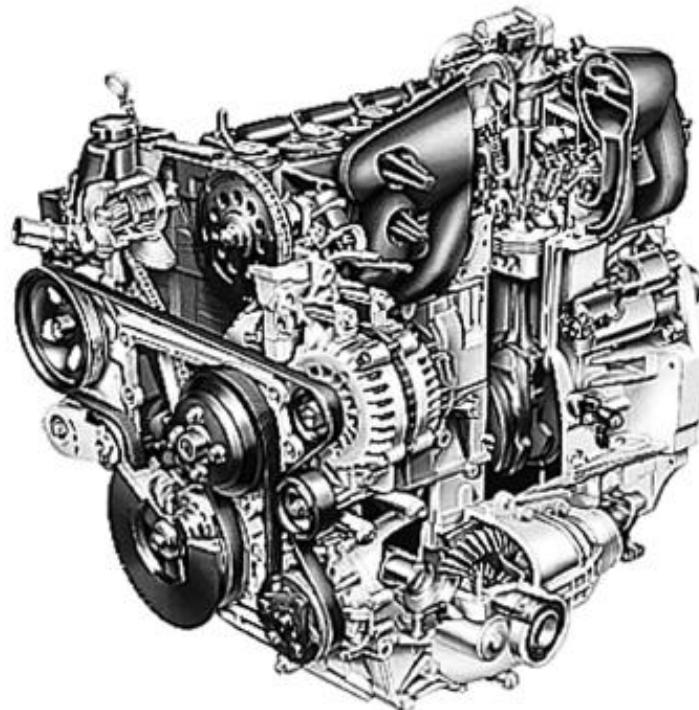
فرآیند جذب گرما جایگزین فرآیند احتراق می شود

فرضیات استاندارد هوای سرد: زمانی که سیال عامل، هوا با گرمای ویژه ثابت (در دمای اتاق:  $25^{\circ}\text{C}$ ) در نظر گرفته شود.

سیکل استاندارد هوا: سیکلی که در آن فرضیات استاندارد هوای سرد قابل استفاده باشد.

# موتورهای رفت و برگشتی (Reciprocating Engines)

عموماً از نوع سیلدر پیستونی بوده و کاربردهای زیادی بخصوص در صنایع حمل و نقل دارد.



**FIGURE 9-4**

An automotive engine with the combustion chamber exposed.

*Courtesy of General Motors*

# اجزای اصلی

پیستون در یک سیلندر بین دو موقعیت به نام های نقطه مرگ بالا (top dead centre (TDC) – موقعیتی که حداقل حجم را در درون سیلندر ایجاد می کند و نقطه مرگ پایین (bottom dead centre (BDC) – که حداقل حجم را در درون سیلندر ایجاد می کند، رفت و برگشت می کند.

فاصله دو نقطه فوق، کورس موتور (stroke of the engine) و قطر پیستون، قطر (bore) نامیده می شود.

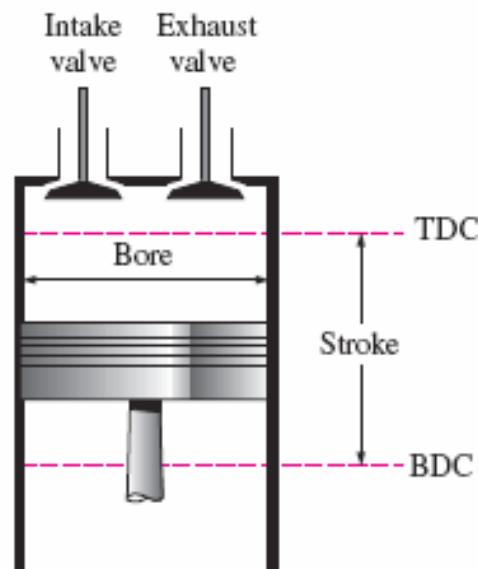


FIGURE 9–10

Nomenclature for reciprocating engines.

Compression ratio:  $r = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{V_{BDC}}{V_{TDC}}$  نسبت تراکم

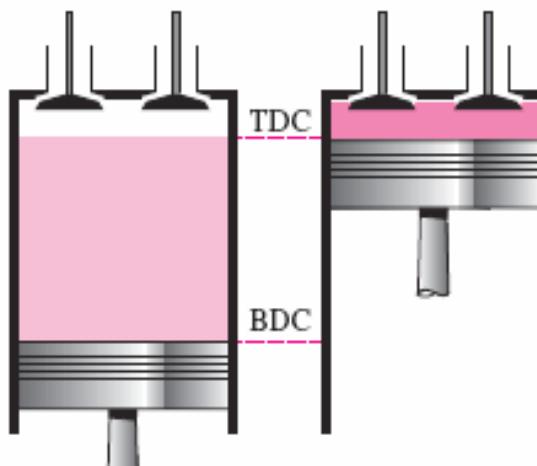
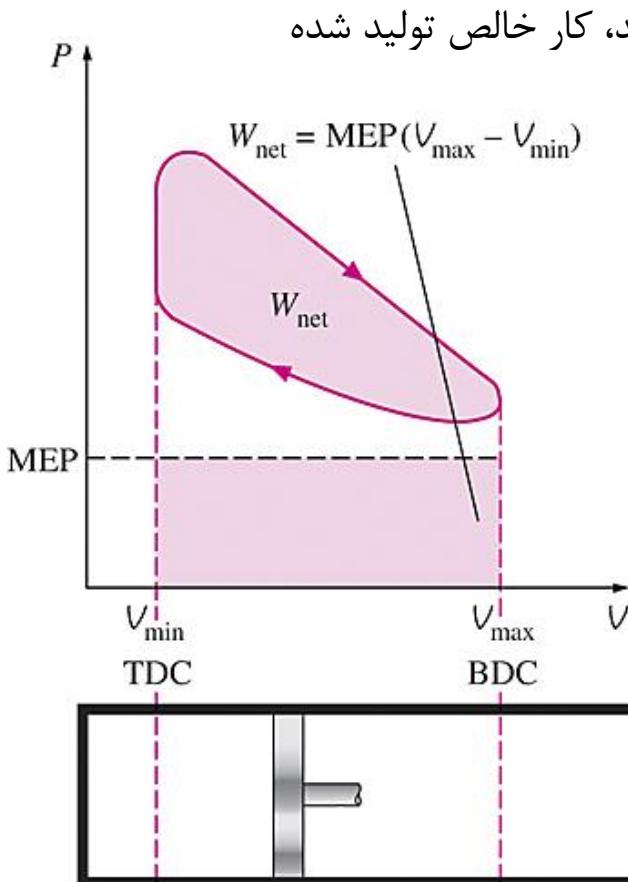


FIGURE 9–11

Displacement and clearance volumes of a reciprocating engine.

# فشار میانگین موثر (Mean effective pressure : MEP)



یک فشار مجازی است که اگر در تمام کورس قدرت بر پیستون اثر کند، کار خالص تولید شده ناشی از آن با کاری که در کل سیکل تولید می شود، برابر باشد.

$$\text{MEP} = \frac{W_{net}}{V_{max} - V_{min}} = \frac{W_{net}}{v_{max} - v_{min}} \quad (\text{kPa})$$

توان خالص خروجی در هر سیکل کاری:

$$\begin{aligned} W_{net} &= \text{MEP} \times \text{Piston area} \times \text{Stroke} \\ &= \text{MEP} \times \text{Displacement volume} \end{aligned}$$

دسته بندی موتورهای احتراق داخلی:

۱- اشتعال جرقه ای یا موتور بنزینی

(Spark-ignition (SI) or Petrol engines)

۲- اشتعال تراکمی یا موتور گازوئیلی

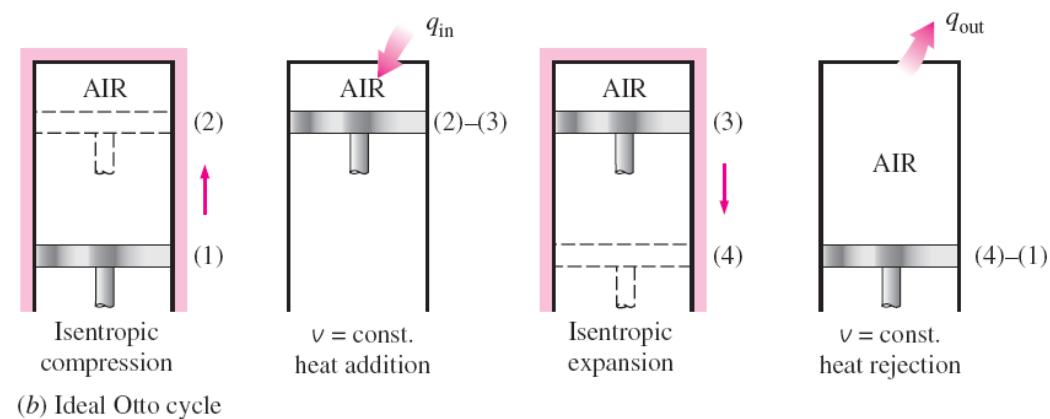
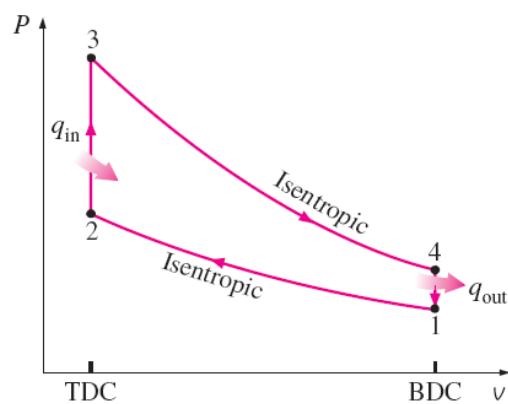
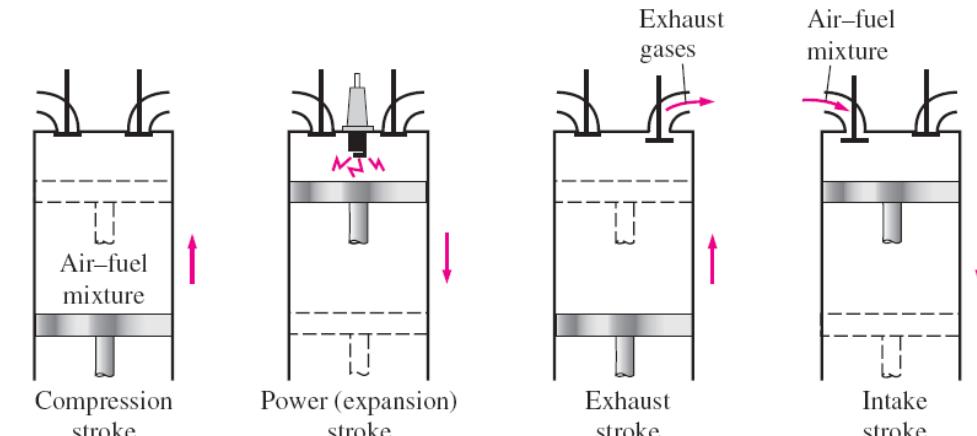
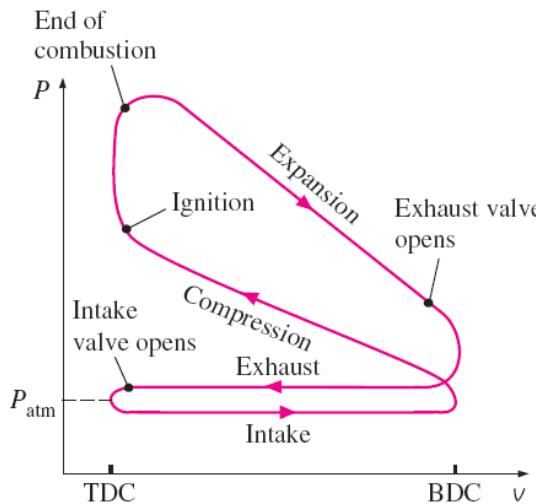
Compression-ignition (CI) or Diesel engines)

FIGURE 9-12

The net work output of a cycle is equivalent to the product of the mean effective pressure and the displacement volume.

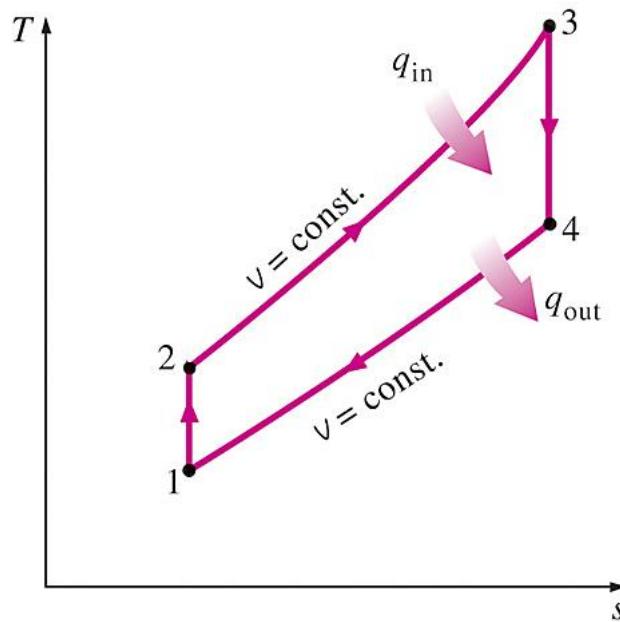
# سیکل اتو: سیکل ایده‌آل موتورهای اشتعال جرقه‌ای

پیستون چهار بار بطور کامل کورس را طی می‌کند و هر سیکل ترمودینامیکی شامل دو بار رفت و برگشت کامل است.



سیکل واقعی و ایده‌آل موتور احتراق داخلی

# منحنی T-S سیکل ایده آل اتو



## IC Engines Classifications:

### **Four-stroke cycle**

1 cycle = 4 stroke = 2 revolutions of crankshaft

### **Two-stroke cycle**

1 cycle = 2 stroke = 1 revolution of crankshaft

Sequence of processes:

- 1-2 Isentropic compression
- 2-3 Constant-volume heat addition
- 3-4 Isentropic expansion
- 4-1 Constant-volume heat rejection

## راندمان سیکل اتو

$$\eta_{th} = \frac{W_{net}}{Q_{in}} = \frac{Q_{net}}{Q_{in}} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}}$$

برای تعیین  $Q_{out}$  و  $Q_{in}$ :

اعمال قانون اول برای فرآیند ۲-۳،  $V = \text{constant}$ .

$$Q_{net, 23} - W_{net, 23} = \Delta U_{23}$$

$$W_{net, 23} = W_{other, 23} + W_{b, 23} = 0 + \int_2^3 P dV = 0$$

برای گرمای ویژه ثابت:

$$Q_{net, 23} = \Delta U_{23}$$

$$Q_{net, 23} = Q_{in} = mC_v(T_3 - T_2)$$

اعمال قانون اول برای فرآیند ۱-۴،  $V = \text{constant}$ .

$$Q_{net, 41} - W_{net, 41} = \Delta U_{41}$$

$$W_{net, 41} = W_{other, 41} + W_{b, 41} = 0 + \int_4^1 P dV = 0$$

برای گرمای ویژه ثابت:

$$Q_{net,41} = \Delta U_{41}$$

$$Q_{net,41} = -Q_{out} = mC_v(T_1 - T_4)$$

$$Q_{out} = -mC_v(T_1 - T_4) = mC_v(T_4 - T_1)$$

حال:

$$\begin{aligned}\eta_{th, Otto} &= 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} \\ &= 1 - \frac{mC_v(T_4 - T_1)}{mC_v(T_3 - T_2)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_{th, Otto} &= 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} \\ &= 1 - \frac{T_1(T_4 / T_1 - 1)}{T_2(T_3 / T_2 - 1)}\end{aligned}$$

با توجه به اینکه فرآیندهای ۱-۲ و ۳-۴ آیزنتروپیک هستند:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} \quad \text{and} \quad \frac{T_3}{T_4} = \left( \frac{V_4}{V_3} \right)^{k-1}$$

و از آنجا که  $V_4 = V_1$  و  $V_3 = V_2$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$$

or

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

لذا:

$$\eta_{th, Otto} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

آیا با راندمان سیکل کارنو برابر است؟

از آنجا که فرآند ۱-۲ آیزنتروپیک است:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1}$$

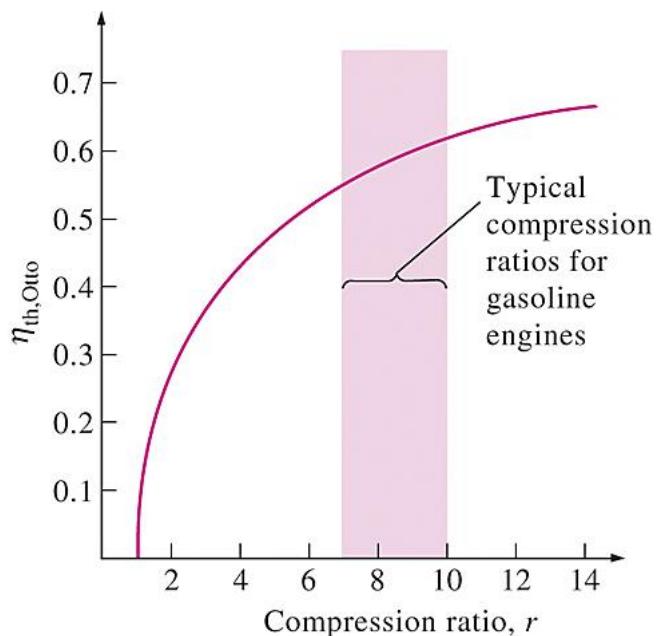
$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{k-1} = \left( \frac{1}{r} \right)^{k-1}$$

که نسبت تراکم،  $r = V_1/V_2$  است:

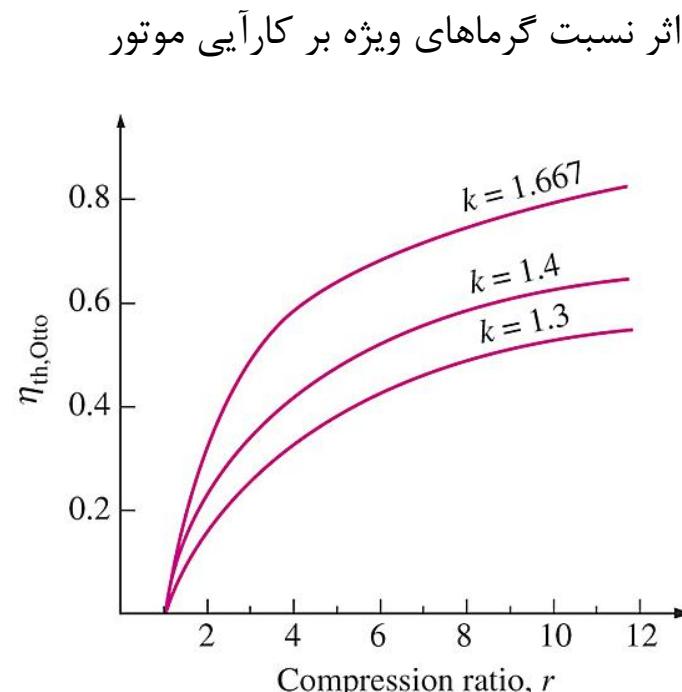
$$\eta_{th, Otto} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}}$$

# پدیده کوبش (Autoignition) یا خوداشتعالی (Engine Knock)

احتراق زودهنگام سوخت صدای مهیبی ایجاد می کند که کوبش موتور نامیده می شود و کارآیی موتور را کم کرده، به آن صدمه می زند.  
خوداشتعالی یک محدودیت برای ضریب تراکم ایجاد می کند.



Thermal efficiency of the ideal Otto cycle as a function of compression ratio ( $k = 1.4$ ).



The thermal efficiency of the Otto cycle increases with the specific heat ratio  $k$  of the working fluid.

## Example 9-1

An Otto cycle having a compression ratio of 9:1 uses air as the working fluid. Initially  $P_1 = 95$  kPa,  $T_1 = 17^\circ\text{C}$ , and  $V_1 = 3.8$  liters. During the heat addition process, 7.5 kJ of heat are added. Determine all  $T$ 's,  $P$ 's,  $\eta_{\text{th}}$ , the back work ratio, and the mean effective pressure.

**Process Diagrams:** Review the  $P$ - $v$  and  $T$ - $s$  diagrams given above for the Otto cycle.

Assume constant specific heats with  $C_v = 0.718 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$ ,  $k = 1.4$ . (Use the 300 K data from Table A-2)

Process 1-2 is isentropic; therefore, recalling that  $r = V_1/V_2 = 9$ ,

$$\begin{aligned} T_2 &= T_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = T_1 (r)^{k-1} \\ &= (17 + 273)K (9)^{1.4-1} \\ &= 698.4K \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_2 &= P_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^k = P_1 (r)^k \\
 &= 95 kPa (9)^{1.4} \\
 &= 2059 kPa
 \end{aligned}$$

The first law closed system for process 2-3 was shown to reduce to (your homework solutions must be complete; that is, develop your equations from the application of the first law for each process as we did in obtaining the Otto cycle efficiency equation)

$$Q_{in} = mC_v(T_3 - T_2)$$

Let  $q_{in} = Q_{in} / m$  and  $m = V_1/v_1$

$$\begin{aligned}
 v_1 &= \frac{RT_1}{P_1} \\
 &= \frac{0.287 \frac{kJ}{kg \cdot K} (290 K)}{95 kPa} \frac{m^3 kPa}{kJ} \\
 &= 0.875 \frac{m^3}{kg}
 \end{aligned}$$

$$q_{in} = \frac{Q_{in}}{m} = Q_{in} \frac{v_1}{V_1}$$

$$= 7.5kJ \frac{0.875 \frac{m^3}{kg}}{3.8 \cdot 10^{-3} m^3}$$

$$= 1727 \frac{kJ}{kg}$$

Then,

$$T_3 = T_2 + \frac{q_{in}}{C_v}$$

$$= 698.4K + \frac{1727 \frac{kJ}{kg}}{0.718 \frac{kJ}{kg \cdot K}}$$

$$= 3103.7 K$$

Using the combined gas law ( $V_3 = V_2$ )

$$P_3 = P_2 \frac{T_3}{T_2} = 9.15 MPa$$

Process 3-4 is isentropic; therefore,

$$T_4 = T_3 \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^{k-1} = T_3 \left( \frac{1}{r} \right)^{k-1} = (3103.7) K \left( \frac{1}{9} \right)^{1.4-1} = 1288.8 K$$

$$P_4 = P_3 \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^k = P_3 \left( \frac{1}{r} \right)^k = 9.15 MPa \left( \frac{1}{9} \right)^{1.4} = 422 kPa$$

Process 4-1 is constant volume. So the first law for the closed system gives, on a mass basis,

$$\begin{aligned} Q_{out} &= mC_v(T_4 - T_1) \\ q_{out} &= \frac{Q_{out}}{m} = C_v(T_4 - T_1) \\ &= 0.718 \frac{kJ}{kg \cdot K} (1288.8 - 290) K \\ &= 717.1 \frac{kJ}{kg} \end{aligned}$$

The first law applied to the cycle gives  
(Recall  $\Delta u_{cycle} = 0$ )

$$\begin{aligned} w_{net} &= q_{net} = q_{in} - q_{out} \\ &= (1727 - 717.4) \frac{kJ}{kg} \\ &= 1009.6 \frac{kJ}{kg} \end{aligned}$$

The thermal efficiency is

$$\eta_{th, Otto} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{1009.6 \frac{kJ}{kg}}{1727 \frac{kJ}{kg}}$$
$$= 0.585 \text{ or } 58.5\%$$

The mean effective pressure is

$$MEP = \frac{W_{net}}{V_{max} - V_{min}} = \frac{w_{net}}{v_{max} - v_{min}}$$
$$= \frac{w_{net}}{v_1 - v_2} = \frac{w_{net}}{v_1(1 - v_2/v_1)} = \frac{w_{net}}{v_1(1 - 1/r)}$$
$$= \frac{1009.6 \frac{kJ}{kg}}{0.875 \frac{m^3}{kg} (1 - \frac{1}{9})} \frac{m^3 kPa}{kJ} = 1298 \text{ kPa}$$

The back work ratio is (can you show that this is true?)

$$BWR = \frac{w_{comp}}{w_{exp}} = \frac{\Delta u_{12}}{-\Delta u_{34}} = \frac{C_v(T_2 - T_1)}{C_v(T_3 - T_4)} = \frac{(T_2 - T_1)}{(T_3 - T_4)}$$
$$= 0.225 \text{ or } 22.5\%$$

# سیکل دیزل: سیکل ایده آل موتورهای اشتعال تراکمی

در موتور گازوئیلی، تنها هوا در مرحله تراکم، فشرده می شود و احتمال خوداشتعالی از بین می رود. این موتورها در نسبت تراکم های بالاتر (بین ۱۲ تا ۲۴) کار می کنند. سوخت های با پالایش کمتر (ارزانتر) در این موتورها قابل استفاده هستند.



Gasoline engine

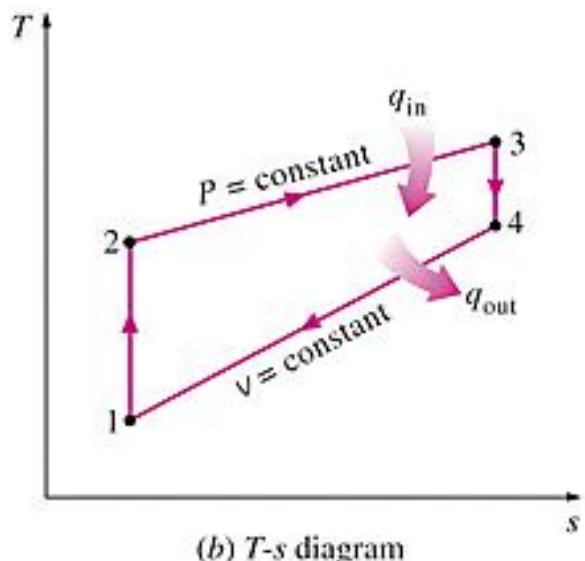
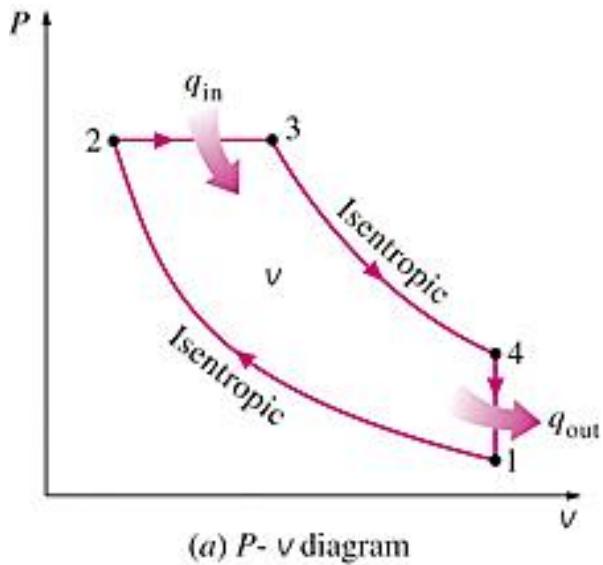


Diesel engine

The combustion process takes place over a **longer** interval - fuel injection starts when the piston approaches TDC and continues during the first part of power stroke.

Hence, **combustion** process in the ideal Diesel cycle is approximated as a **constant-pressure** heat-addition process.

In diesel engines, the spark plug is replaced by a fuel injector, and only air is compressed during the compression process.



Sequence of processes:

- 1-2** Isentropic compression
- 2-3** Constant-pressure heat addition
- 3-4** Isentropic expansion
- 4-1** Constant-volume heat rejection.

**Note:**

Petrol and diesel engines differ only in the manner the heat addition (or combustion) process takes place.

It is approximated as a constant volume process in the petrol engine cycle and as a constant pressure process in the Diesel engine cycle.

**FIGURE 9-21**

$T$ - $s$  and  $P$ - $v$  diagrams for the ideal Diesel cycle.

راندمان حرارتی سیکل دیزل

$$\eta_{th, Diesel} = \frac{W_{net}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}}$$

برای تعیین  $Q_{out}$  و  $Q_{in}$ :

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E$$

اعمال قانون اول برای فرآیند ۲-۳:

$$Q_{net, 23} - W_{net, 23} = \Delta U_{23}$$

$$\begin{aligned} W_{net, 23} &= W_{other, 23} + W_{b, 23} = 0 + \int_2^3 P dV \\ &= P_2 (V_3 - V_2) \end{aligned}$$

برای گرمای ویژه ثابت:

$$Q_{net, 23} = \Delta U_{23} + P_2 (V_3 - V_2)$$

$$Q_{net, 23} = Q_{in} = mC_v(T_3 - T_2) + mR(T_3 - T_2)$$

$$Q_{in} = mC_p(T_3 - T_2)$$

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E$$

اعمال قانون اول برای فرآیند ۴-۱:

$$Q_{net, 41} - W_{net, 41} = \Delta U_{41}$$

$$W_{net, 41} = W_{other, 41} + W_{b, 41} = 0 + \int_4^1 P dV = 0$$

برای گرمای ویژه ثابت:

$$Q_{net,41} = \Delta U_{41}$$

$$Q_{net,41} = -Q_{out} = mC_v(T_1 - T_4)$$

$$Q_{out} = -mC_v(T_1 - T_4) = mC_v(T_4 - T_1)$$

حال:

$$\eta_{th, Diesel} = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}}$$

$$= 1 - \frac{mC_v(T_4 - T_1)}{mC_p(T_3 - T_2)}$$

$$\begin{aligned}\eta_{th, Diesel} &= 1 - \frac{C_v(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)} \\ &= 1 - \frac{1}{k} \frac{T_1(T_4 / T_1 - 1)}{T_2(T_3 / T_2 - 1)}\end{aligned}$$

نسبت  $T_3/T_2$  چیست؟

$$\frac{P_3V_3}{T_3} = \frac{P_2V_2}{T_2} \quad \text{where } P_3 = P_2$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = r_c$$

نسبت انقطاع (cutoff ratio) نامیده می شود که برابر  $V_3/V_2$  است و معیاری از مدت زمان افزودن حرارت در فشار ثابت است. از آنجاکه سوخت بصورت مستقیم به سیلندر می ریزد، این نسبتدر واقع معیاری ا مقدار دوران میل لنگ در طول پاشش سوخت در سیلندر است.

نسبت  $T_4/T_1$  چیست؟

$$\frac{P_4V_4}{T_4} = \frac{P_1V_1}{T_1} \quad \text{where } V_4 = V_1$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{P_4}{P_1}$$

با توجه به اینکه فرآیندهای ۱-۲ و ۳-۴ آیزنتروپیک هستند:

$$P_1V_1^k = P_2V_2^k \quad \text{and} \quad P_4V_4^k = P_3V_3^k$$

از آنجا که  $P_3 = P_2$  و  $V_4 = V_1$  با تقسیم معادله دوم بر معادله اول:

$$\frac{P_4}{P_1} = \left( \frac{V_3}{V_2} \right)^k = r_c^k$$

لذا:

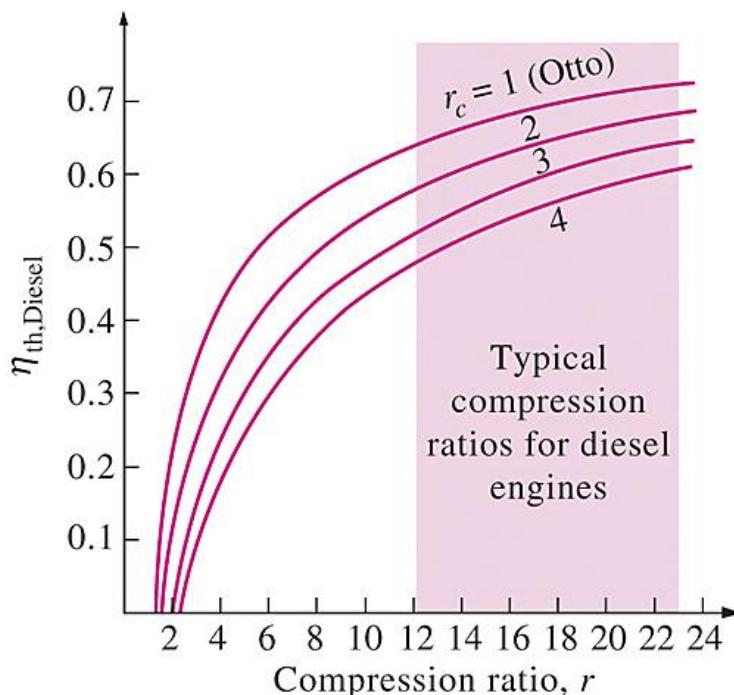
$$\begin{aligned}\eta_{th, Diesel} &= 1 - \frac{1}{k} \frac{T_1(T_4 / T_1 - 1)}{T_2(T_3 / T_2 - 1)} \\ &= 1 - \frac{1}{k} \frac{T_1}{T_2} \frac{r_c^k - 1}{(r_c - 1)} \\ &= 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \frac{r_c^k - 1}{k(r_c - 1)}\end{aligned}$$

For the same compression ratio, thermal efficiency of Otto cycle is **greater** than that of the Diesel cycle.

$$\eta_{\text{th},\text{Otto}} > \eta_{\text{th},\text{Diesel}}$$

As the cutoff ratio decreases, the thermal efficiency of the Diesel cycle increases.

When  $r_c = 1$ , the efficiencies of the Otto and Diesel cycles are identical.



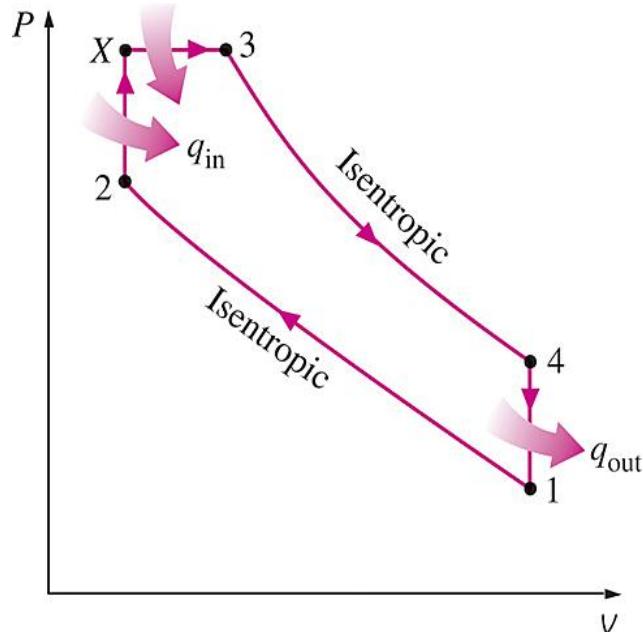
Thermal efficiencies of large diesel engines range from about **35 to 40 percent**.

**Higher efficiency** and **lower fuel costs** make diesel engines attractive in applications such as in locomotive engines, emergency power generation units, large ships, and heavy trucks.

**FIGURE 9–22**

Thermal efficiency of the ideal Diesel cycle as a function of compression and cutoff ratios ( $k = 1.4$ ).

## سیکل دوتایی (Dual Cycle) سیکل ایده آل واقع گرایانه برای موتورهای احتراق داخلی



$P-v$  diagram of an ideal dual cycle.

**Note:** Both the Otto and the Diesel cycles can be obtained as special cases of the dual cycle.

## 9-41

A four-cylinder, four-stroke, 2.2-L gasoline engine operates on the **Otto cycle** with a compression ratio of 10. The air is at 100 kPa and 60°C at the beginning of the compression process, and the maximum pressure in the cycle is 8 MPa. The compression and expansion processes may be modeled as polytropic with an index of 1.3. Using **constant specific heats** at 850 K, determine:

- the **temperature** at the end of the expansion process,
- the **net work output** and the **thermal efficiency**,
- the **mean effective pressure**,
- the **engine speed** for a net power output of 70 kW, and
- the **specific fuel consumption**, in g/kWh, defined as the ratio of the mass of the fuel consumed to the net work produced.

specific fuel consumption

$$sfc = \frac{m_f}{m_t w_{\text{net}}}$$

engine speed for a net power output

$$\dot{n} = 2 \frac{\dot{W}_{\text{net}}}{m_t w_{\text{net}}} \text{ Rev/s}$$

2 rev/cycle

**Note:** The **air-fuel ratio**, defined as the amount of air divided by the amount of fuel intake, is **16**.

$$AF = \frac{m_a}{m_f} = \frac{m_t - m_f}{m_f}$$

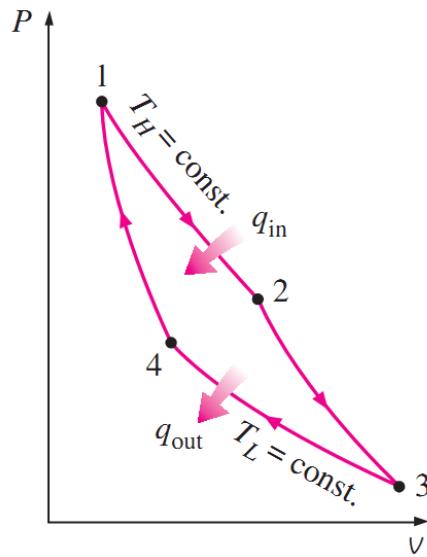
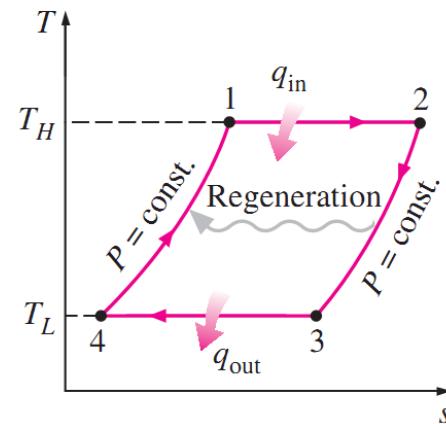
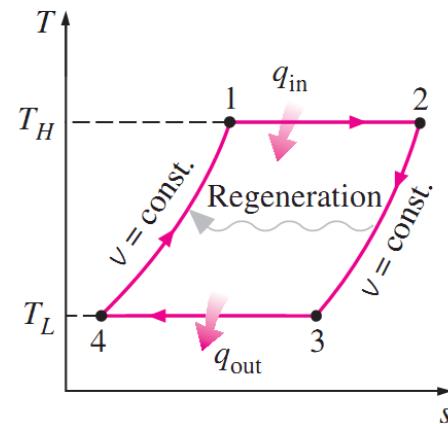
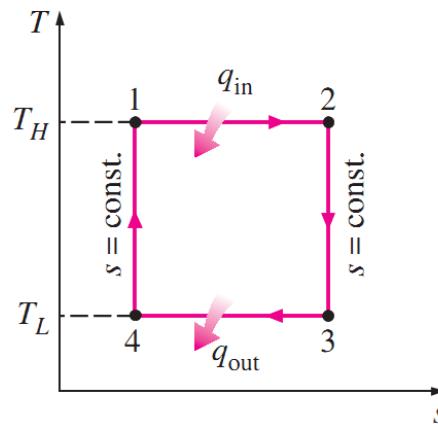
## 9-59

A six-cylinder, four-stroke, 4.5-L compression-ignition engine operates on the ideal **Diesel cycle** with a compression ratio of 17. The air is at 95 kPa and 55°C at the beginning of the compression process and the engine speed is 2000 rpm. The engine uses light diesel fuel with a heating value of 42,500 kJ/kg, an air-fuel ratio of 24, and a combustion efficiency of 98 percent. Using **constant specific heats** at 850 K, determine:

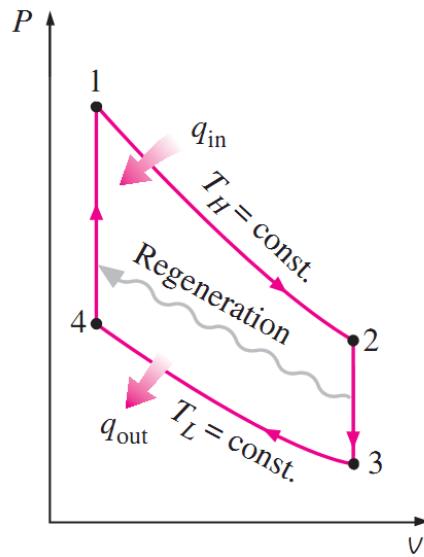
- a) the **maximum temperature** in the cycle and the cutoff ratio,
- b) the **net work output** per cycle and the **thermal efficiency**,
- c) the **mean effective pressure**,
- d) the **net power output**, and
- e) the **specific fuel consumption**, in g/kWh, defined as the ratio of the mass of the fuel consumed to the net work produced.

# STIRLING AND ERICSSON CYCLES

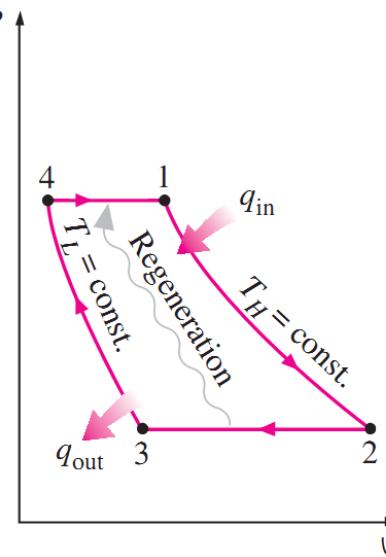
سیکل استرلینگ و اریکسون



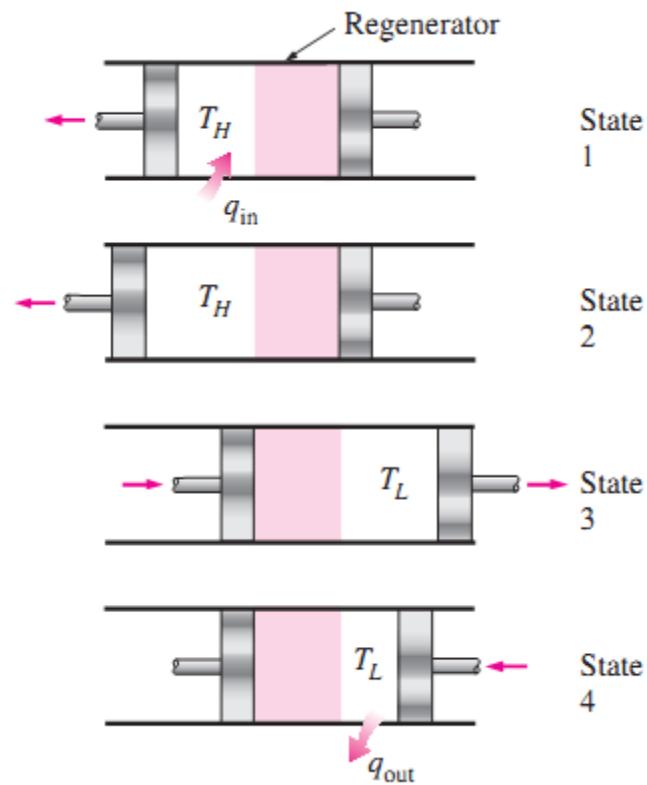
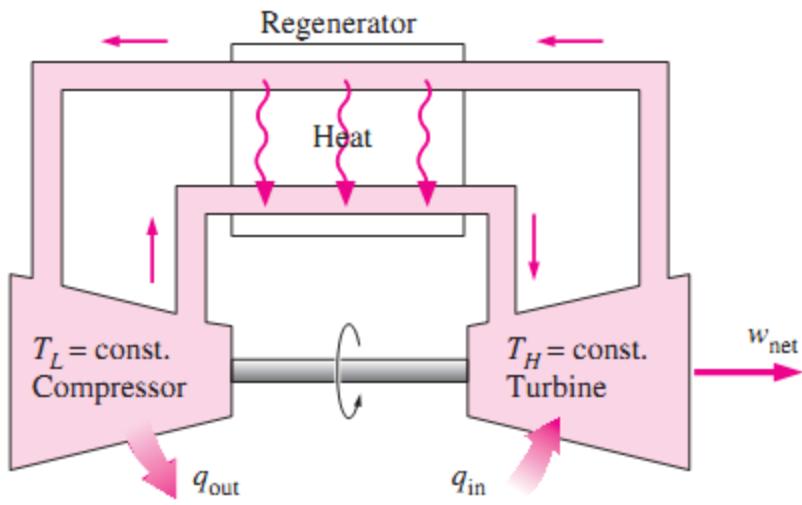
(a) Carnot cycle



(b) Stirling cycle



(c) Ericsson cycle

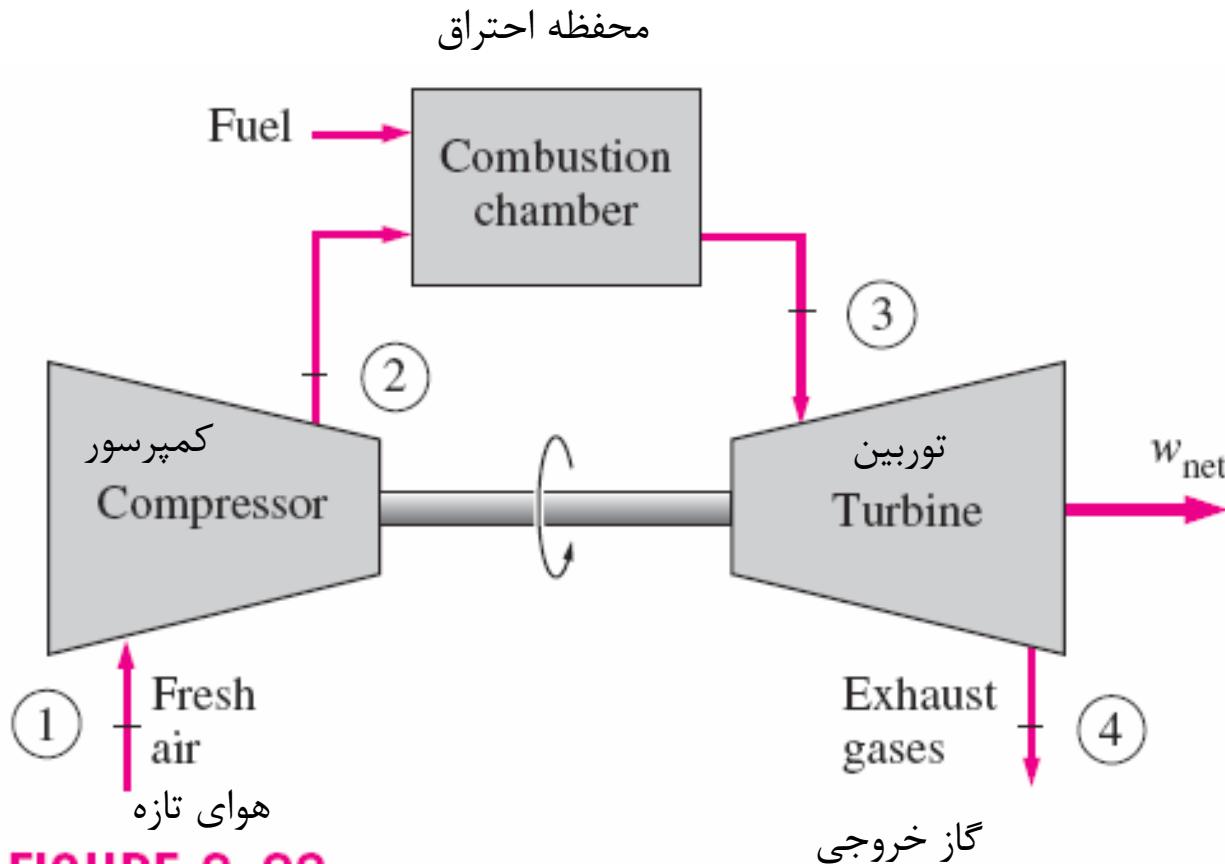


نمونه سیکل اریکسون

نمونه سیکل استرلینگ

# Brayton Cycle: Ideal Cycle for Gas-Turbine Engines

سیکل برایتون: سیکل ایده آل موتورهای توربین گازی



**FIGURE 9–29**

An open-cycle gas-turbine engine.

سیکل برایتون، با اعمال فرضیات استاندارد هوا بر سیکل صفحه قبل بدست می آید:

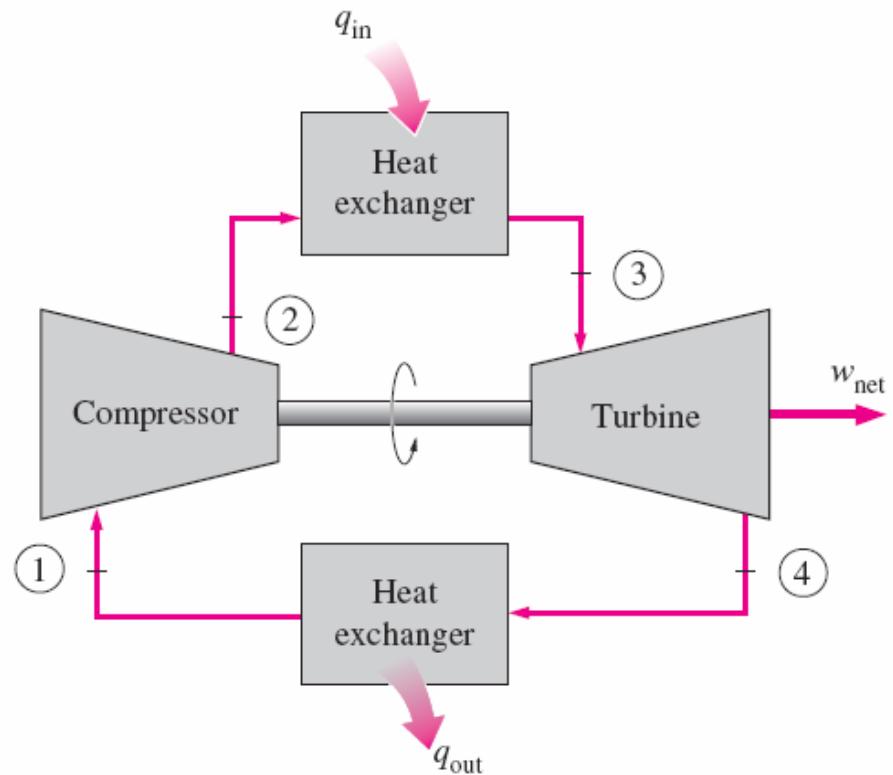
1-2 Isentropic compression;

2-3 Constant-pressure heat addition;

3-4 Isentropic expansion;

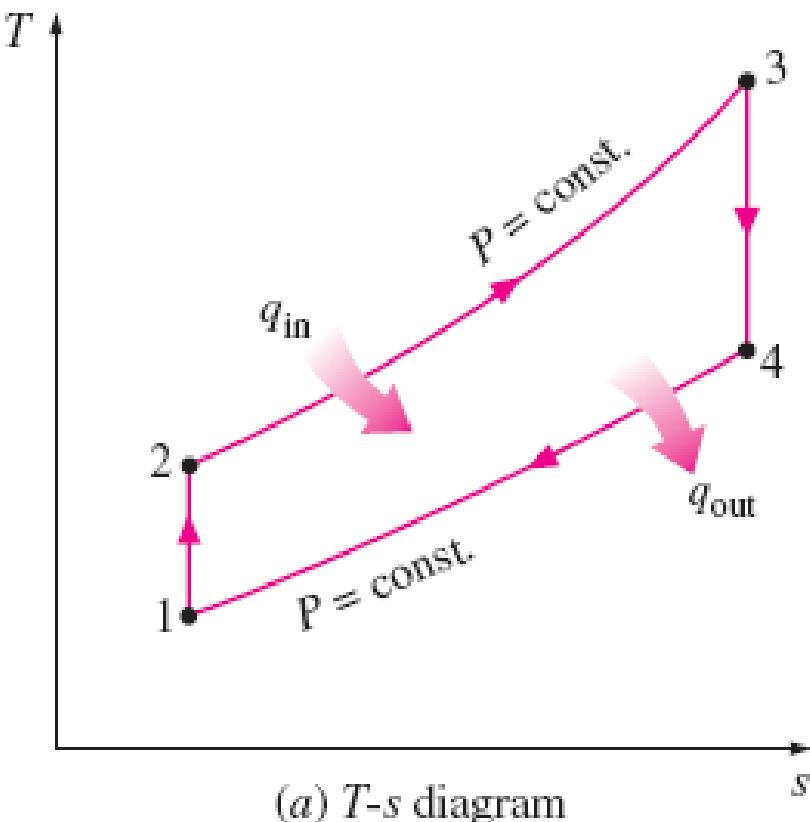
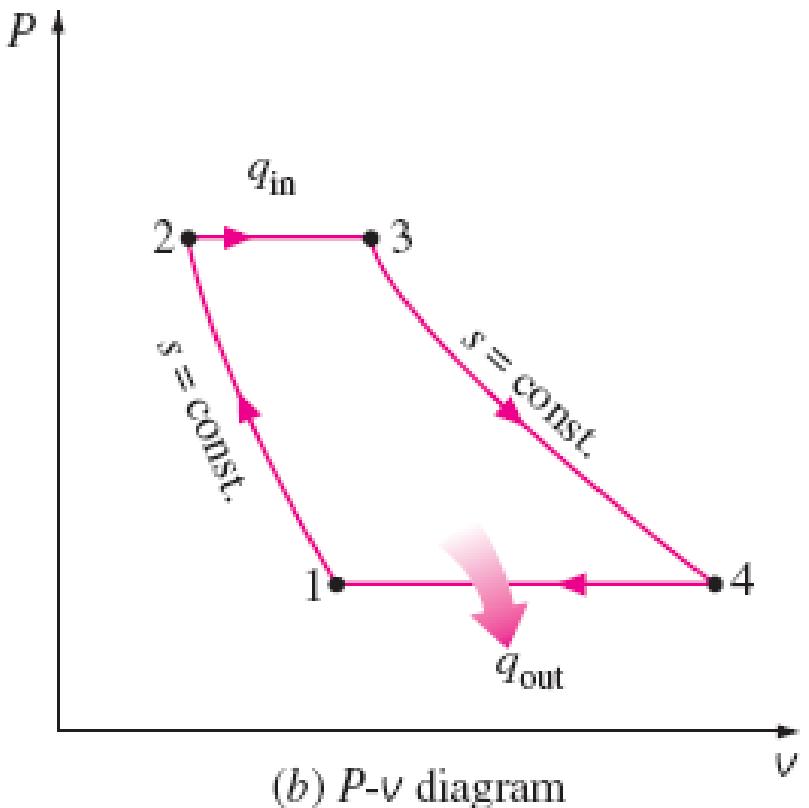
4-1 Constant-pressure heat rejection.

- ۱-۲ تراکم آیزنتروپیک
- ۲-۳ جذب گرما در فشار ثابت
- ۳-۴ انبساط آیزنتروپیک
- ۴-۱ دفع گرما در فشار ثابت



**FIGURE 9-30**

A closed-cycle gas-turbine engine.



$$\eta_{\text{th,Brayton}} = 1 - \frac{1}{r_p^{(k-1)/k}}$$

where  $r_p = \frac{P_2}{P_1}$  is the **pressure ratio**.

## Thermal efficiency of the Brayton cycle

$$\eta_{th, \text{Brayton}} = \frac{W_{net}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}}$$

حال  $Q_{out}$  و  $Q_{in}$  را تعیین میکنیم:

با اعمال قانون اول برای فرآیند 2-3 که فشار ثابت است:

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\dot{m}_2 h_2 + \dot{Q}_{in} = \dot{m}_3 h_3$$

با استفاده از معادله بقای جرم:

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$$

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_3 = \dot{m}$$

برای گرمای ویژه ثابت:

$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}(h_3 - h_2)$$

$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}C_p(T_3 - T_2)$$

$$q_{in} = \frac{\dot{Q}_{in}}{\dot{m}} = C_p(T_3 - T_2)$$

به همین ترتیب با معادله انرژی در فرآیند 4-1 فشار ثابت و با فرض گرمای ویژه ثابت:

$$\dot{Q}_{out} = \dot{m}(h_4 - h_1)$$

$$\dot{Q}_{out} = \dot{m}C_p(T_4 - T_1)$$

$$q_{out} = \frac{\dot{Q}_{out}}{\dot{m}} = C_p(T_4 - T_1)$$

با جایگذاری راندمان بصورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$\eta_{th, Brayton} = 1 - \frac{\dot{Q}_{out}}{\dot{Q}_{in}} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}}$$

$$= 1 - \frac{C_p(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{th, Brayton} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$

$$= 1 - \frac{T_1(T_4 / T_1 - 1)}{T_2(T_3 / T_2 - 1)}$$

با استفاده از این فرض که فرآیند ۱-۲ و ۳-۴ آیزنتروپیک هستند:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} \quad \text{and} \quad \frac{T_3}{T_4} = \left( \frac{P_3}{P_4} \right)^{(k-1)/k}$$

و از آنجا که  $P_4 = P_1$  و  $P_3 = P_2$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \quad \text{or} \quad \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

لذا:

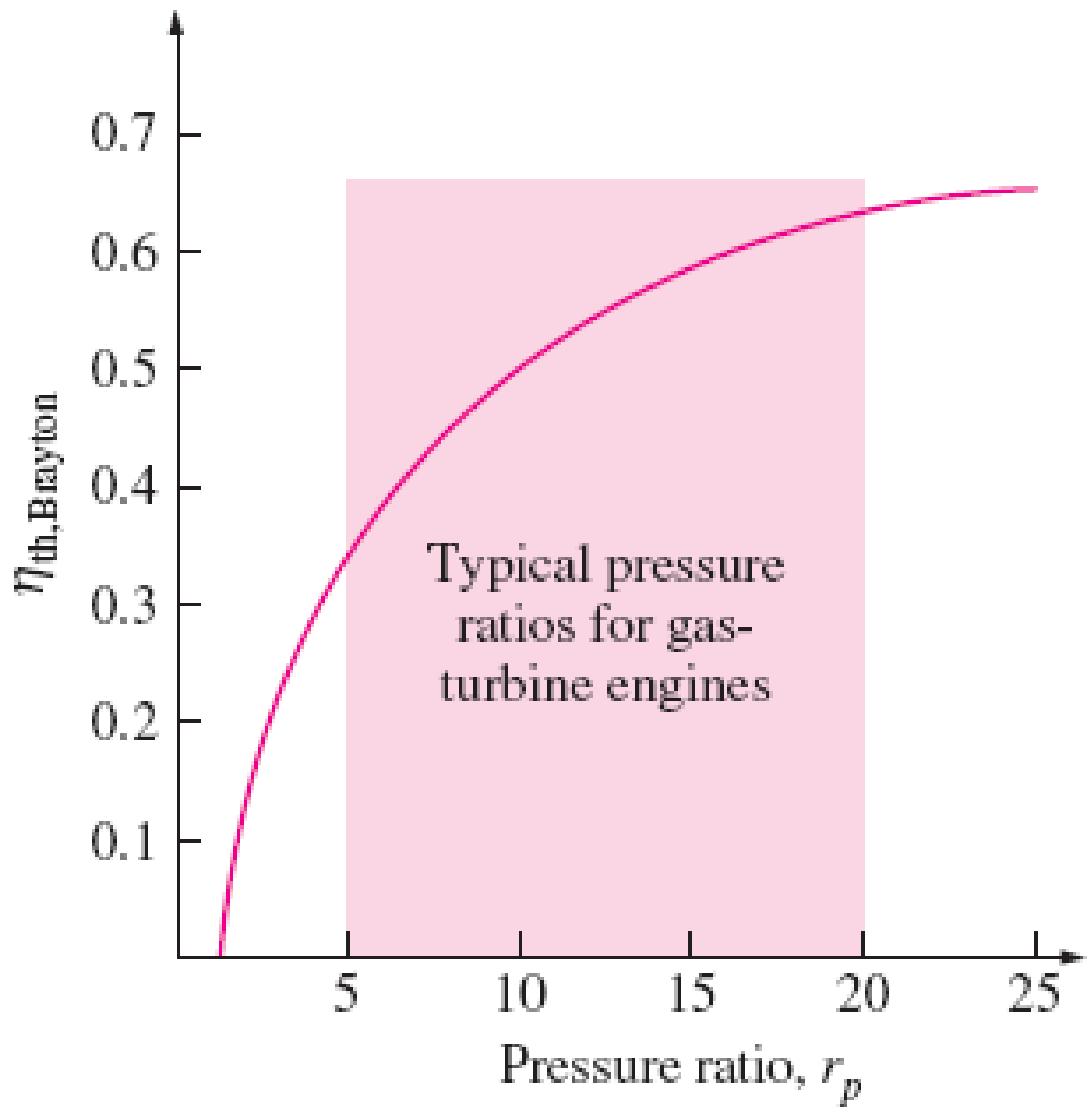
$$\eta_{th, Brayton} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

از آنجاکه فرآیند ۱-۲ آیزنتروپیک است:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} = r_p^{(k-1)/k}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{r_p^{(k-1)/k}}$$

$$\eta_{th, Brayton} = 1 - \frac{1}{r_p^{(k-1)/k}}$$



## Example 9-2

The ideal air-standard Brayton cycle operates with air entering the compressor at 95 kPa, 22°C. The pressure ratio  $r_p$  is 6:1 and the air leaves the heat addition process at 1100 K. Determine the compressor work and the turbine work per unit mass flow, the cycle efficiency, the back work ratio, and compare the compressor exit temperature to the turbine exit temperature. Assume constant properties.

Apply the conservation of energy for steady-flow and neglect changes in kinetic and potential energies to process 1-2 for the compressor. Note that the compressor is isentropic.

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{W}_{comp} = \dot{m}_2 h_2$$

The conservation of mass gives

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

For constant specific heats, the compressor work per unit mass flow is

$$\dot{W}_{comp} = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

$$\dot{W}_{comp} = \dot{m}C_p(T_2 - T_1)$$

$$w_{comp} = \frac{\dot{W}_{comp}}{\dot{m}} = C_p(T_2 - T_1)$$

Since the compressor is isentropic

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} = r_p^{(k-1)/k}$$

$$\begin{aligned} T_2 &= T_1 r_p^{(k-1)/k} \\ &= (22 + 273)K(6)^{(1.4-1)/1.4} \\ &= 492.5K \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w_{comp} &= C_p(T_2 - T_1) \\
&= 1.005 \frac{kJ}{kg \cdot K} (492.5 - 295) K \\
&= 198.15 \frac{kJ}{kg}
\end{aligned}$$

The conservation of energy for the turbine, process 3-4, yields for constant specific heats (let's take a minute for you to get the following result)

$$\begin{aligned}
\dot{W}_{turb} &= \dot{m}(h_3 - h_4) \\
\dot{W}_{turb} &= \dot{m}C_p(T_3 - T_4) \\
w_{turb} &= \frac{\dot{W}_{turb}}{\dot{m}} = C_p(T_3 - T_4)
\end{aligned}$$

Since process 3-4 is isentropic

$$\frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{P_4}{P_3} \right)^{(k-1)/k}$$

Since  $P_3 = P_2$  and  $P_4 = P_1$ , we see that

$$\begin{aligned}\frac{T_4}{T_3} &= \left(\frac{1}{r_p}\right)^{(k-1)/k} \\ T_4 &= T_3 \left(\frac{1}{r_p}\right)^{(k-1)/k} = 1100K \left(\frac{1}{6}\right)^{(1.4-1)/1.4} = 659.1K \\ w_{turb} &= C_p(T_3 - T_4) = 1.005 \frac{kJ}{kg \cdot K} (1100 - 659.1)K \\ &= 442.5 \frac{kJ}{kg}\end{aligned}$$

We have already shown the heat supplied to the cycle per unit mass flow in process 2-3 is  
 $\dot{m}_2 = \dot{m}_3 = \dot{m}$

$$\begin{aligned}\dot{m}_2 h_2 + \dot{Q}_{in} &= \dot{m}_3 h_3 \\ q_{in} &= \frac{\dot{Q}_{in}}{\dot{m}} = h_3 - h_2 \\ &= C_p(T_3 - T_2) = 1.005 \frac{kJ}{kg \cdot K} (1100 - 492.5)K \\ &= 609.6 \frac{kJ}{kg}\end{aligned}$$

The net work done by the cycle is

$$\begin{aligned} w_{net} &= w_{turb} - w_{comp} \\ &= (442.5 - 198.15) \frac{kJ}{kg} \\ &= 244.3 \frac{kJ}{kg} \end{aligned}$$

The cycle efficiency becomes

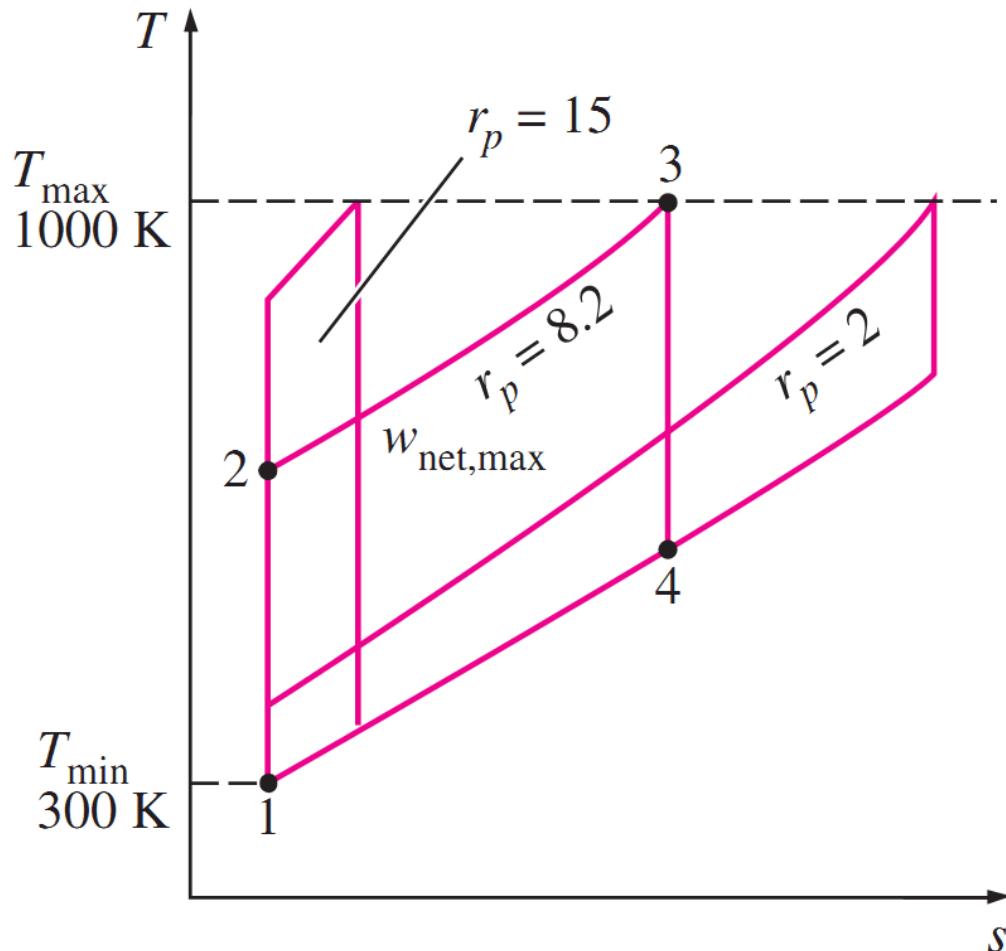
$$\begin{aligned} \eta_{th, Brayton} &= \frac{w_{net}}{q_{in}} \\ &= \frac{244.3 \frac{kJ}{kg}}{609.6 \frac{kJ}{kg}} = 0.40 \quad or \quad 40\% \end{aligned}$$

The back work ratio is defined as

$$BWR = \frac{w_{in}}{w_{out}} = \frac{w_{comp}}{w_{turb}}$$
$$= \frac{198.15 \frac{kJ}{kg}}{442.5 \frac{kJ}{kg}} = 0.448$$

Note that  $T_4 = 659.1 \text{ K} > T_2 = 492.5 \text{ K}$ , or the turbine outlet temperature is greater than the compressor exit temperature. Can this result be used to improve the cycle efficiency?

What happens to  $\eta_{th}$ ,  $w_{in}/w_{out}$ , and  $w_{net}$  as the pressure ratio  $r_p$  is increased? Consider the T-s diagram for the cycle and note that the area enclosed by the cycle is the net heat added to the cycle. By the first law applied to the cycle, the net heat added to the cycle is equal to the net work done by the cycle. Thus, the area enclosed by the cycle on the T-s diagram also represents the net work done by the cycle.



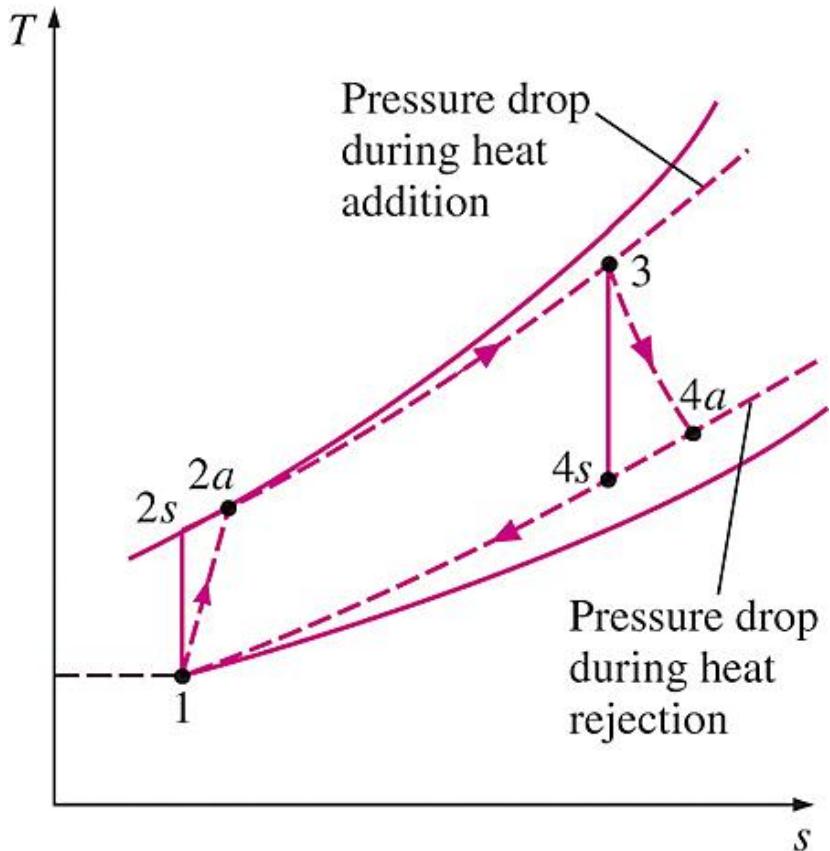
For fixed values of  $T_{\min}$  and  $T_{\max}$ , the net work of the Brayton cycle first increases with the pressure ratio, then reaches a maximum at  $r_p = (T_{\max}/T_{\min})^{k/[2(k - 1)]}$ , and finally decreases.

# Improvements of Gas Turbine's Performance

## بهبود کارآیی سیکل برایتون (توربین گازی)

1. افزایش دمای ورودی توربین با افزایش پایدار از مقدار  $540^{\circ}\text{C}$  ( $1000^{\circ}\text{F}$ ) به مقدار بالاتر از  $1425^{\circ}\text{C}$  ( $2600^{\circ}\text{F}$ ) رسیده است.
2. افزایش کارآیی و راندمان اجزاء توربوماشینی (توربین ها و کمپرسورها) با اختراع کامپیوتر و استفاده از طراحی های مبتنی بر کامپیوتر، طراحی آیرودینامیکی پره ها برای حداقل افت ها امکان پذیر شد.
3. تغییر در سیکل اصلی (سرمايش میانی، بازيابی و گرمایش مجدد) راندمان سیکل ساده اولیه در عمل با استفاده از سرمايش میانی، بازيابی و گرمایش مجدد دو برابر شده است.

## سیکل واقعی توربین گازی



$$\eta_T = \frac{w_a}{w_s} \cong \frac{h_3 - h_{4a}}{h_3 - h_{4s}}$$

$$\eta_C = \frac{w_s}{w_a} \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$$

$$\begin{aligned}
w_{net} &= w_{turb} - w_{comp} \\
&= C_p(T_3 - T_4) - C_p(T_2 - T_1) \\
&= C_p T_3(1 - T_4 / T_3) - C_p T_1(T_2 / T_1 - 1) \\
&= C_p T_3(1 - \frac{1}{r_p^{(k-1)/k}}) - C_p T_1(r_p^{(k-1)/k} - 1)
\end{aligned}$$

$$r_p = 1 \quad \text{and} \quad r_p = \left( \frac{T_3}{T_1} \right)^{k/(k-1)}$$

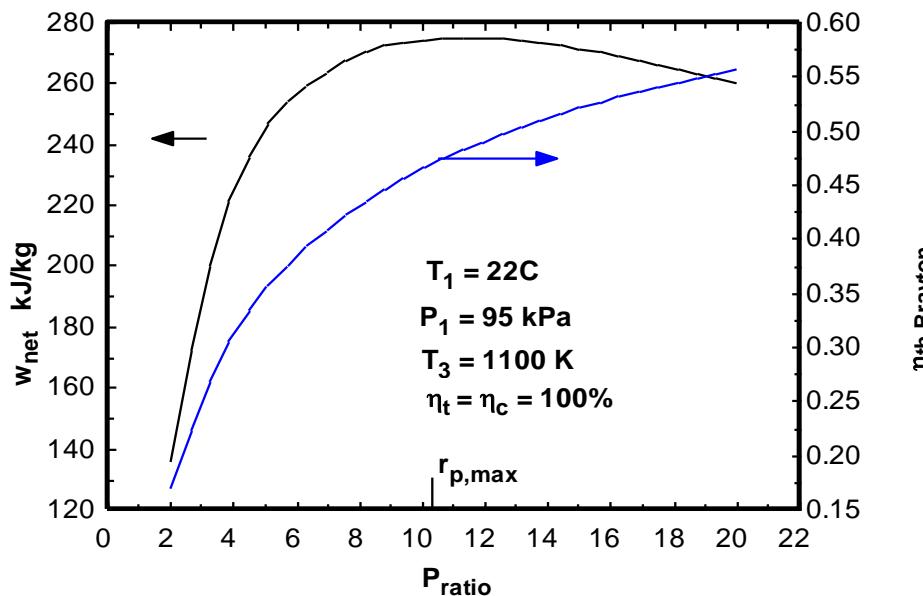
$$\begin{aligned}
\frac{dw_{net}}{dr_p} &= 0 \\
w_{net} &= C_p T_3(1 - \frac{1}{X}) - C_p T_1(X - 1) \\
\frac{dw_{net}}{dX} &= C_p T_3[0 - (-1)X^{-2}] - C_p T_1[1 - 0] = 0
\end{aligned}$$

$$X^2 = \frac{T_3}{T_1} = \left(r_p\right)^{2(k-1)/k}$$

$$r_{p, \text{max work}} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{k/[2(k-1)]}$$

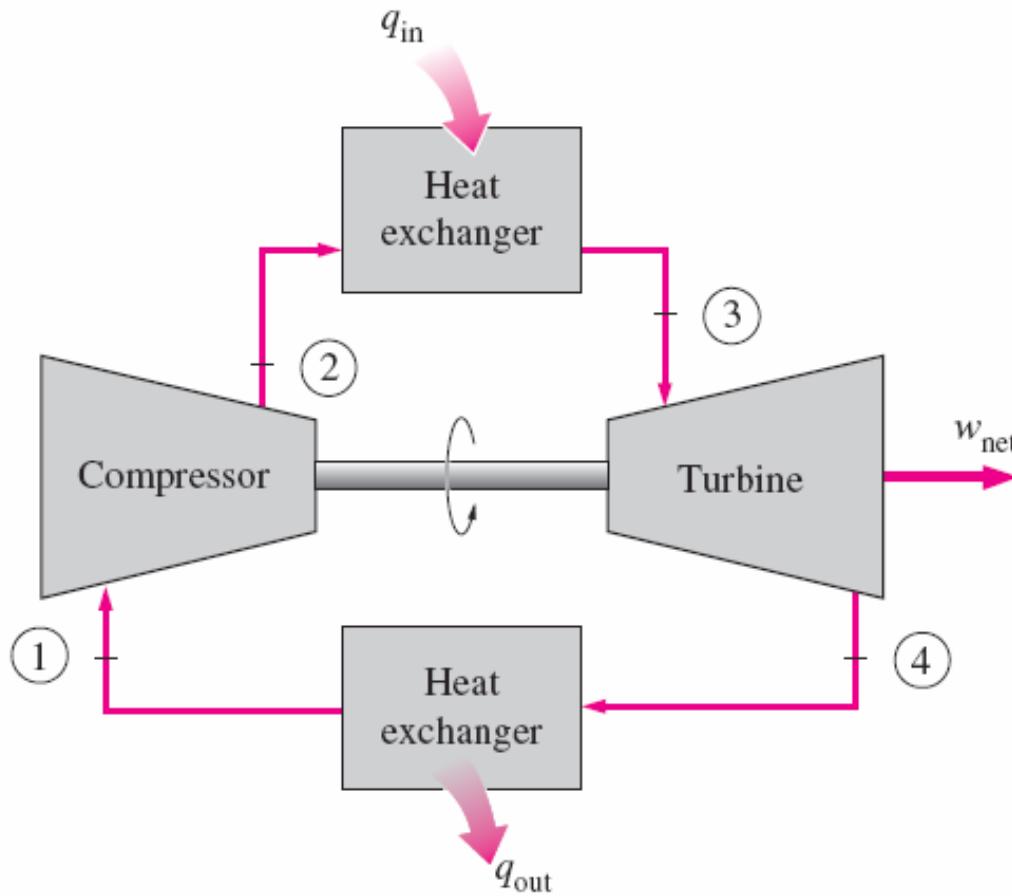
For the ideal Brayton cycle, show that the following results are true.

- When  $r_p = r_{p, \text{max work}}$ ,  $T_4 = T_2$
- When  $r_p < r_{p, \text{max work}}$ ,  $T_4 > T_2$
- When  $r_p > r_{p, \text{max work}}$ ,  $T_4 < T_2$

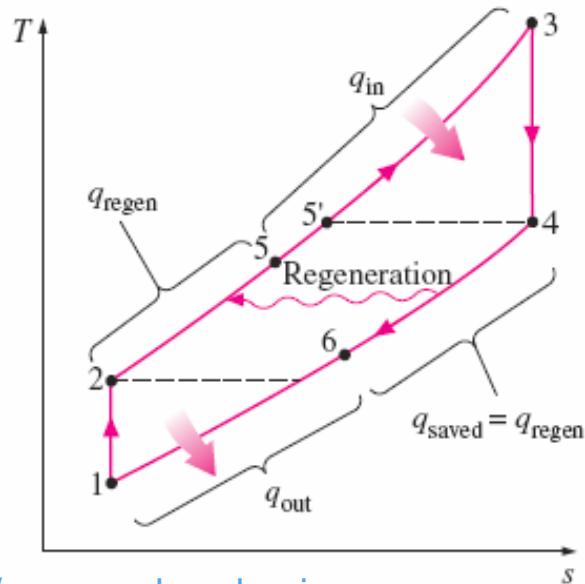
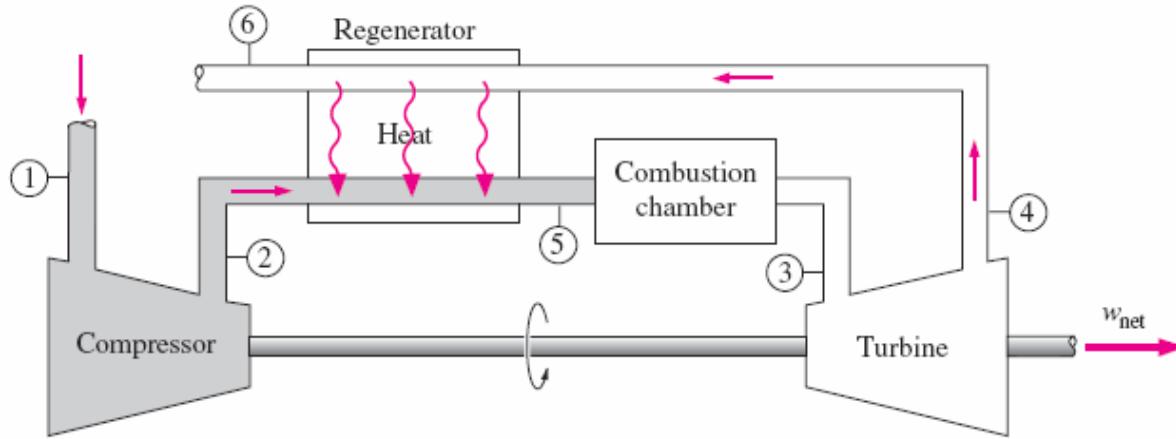


# Brayton Cycle With Regeneration

سیکل برایتون با بازیاب



# سیکل برایتون با بازیاب



چه هنگام استفاده از بازیاب توصیه می شود؟

# ضریب کارآیی یا راندمان (Effectiveness) بازیاب

$$q_{\text{regen,act}} = h_5 - h_2$$

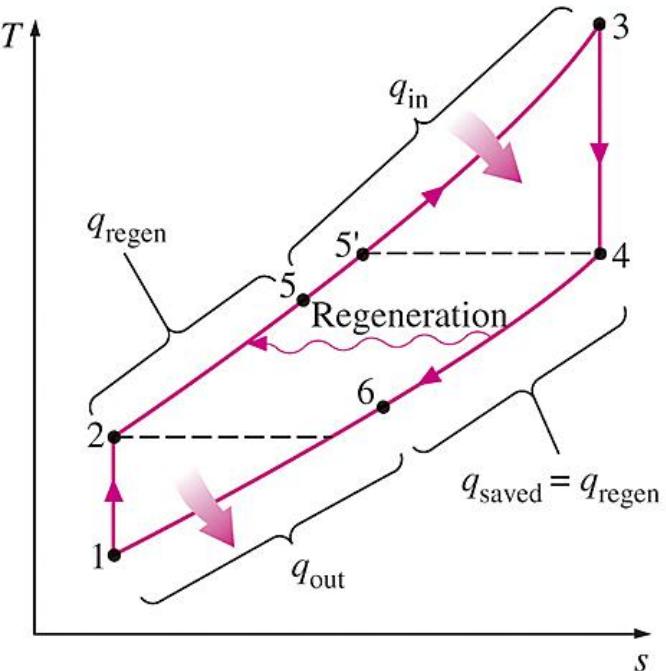
$$q_{\text{regen,max}} = h_{5'} - h_2 = h_4 - h_2$$

ضریب کارآیی بازیاب:

$$\epsilon = \frac{q_{\text{regen,act}}}{q_{\text{regen,max}}} = \frac{h_5 - h_2}{h_4 - h_2}$$

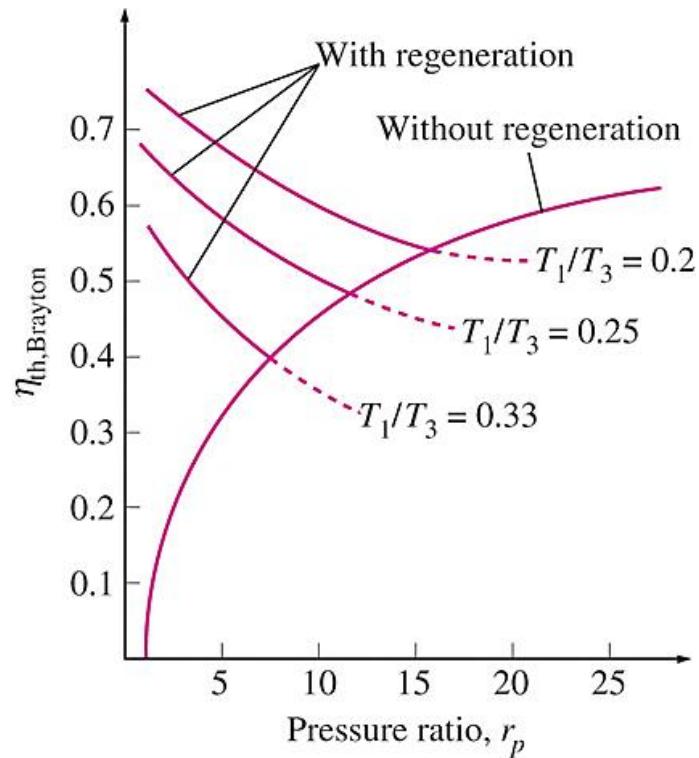
ضریب کارآیی بازیاب با فرضیات استاندارد هوای سرد:

$$\epsilon \cong \frac{T_5 - T_2}{T_4 - T_2}$$



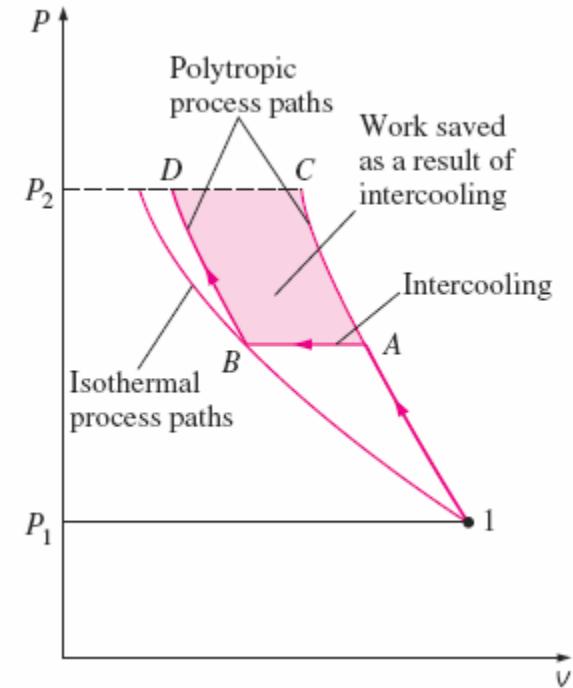
راندمان سیکل برایتون با بازیاب:

$$\eta_{\text{th,regen}} = 1 - \left( \frac{T_1}{T_3} \right) (r_p)^{(k-1)/k}$$

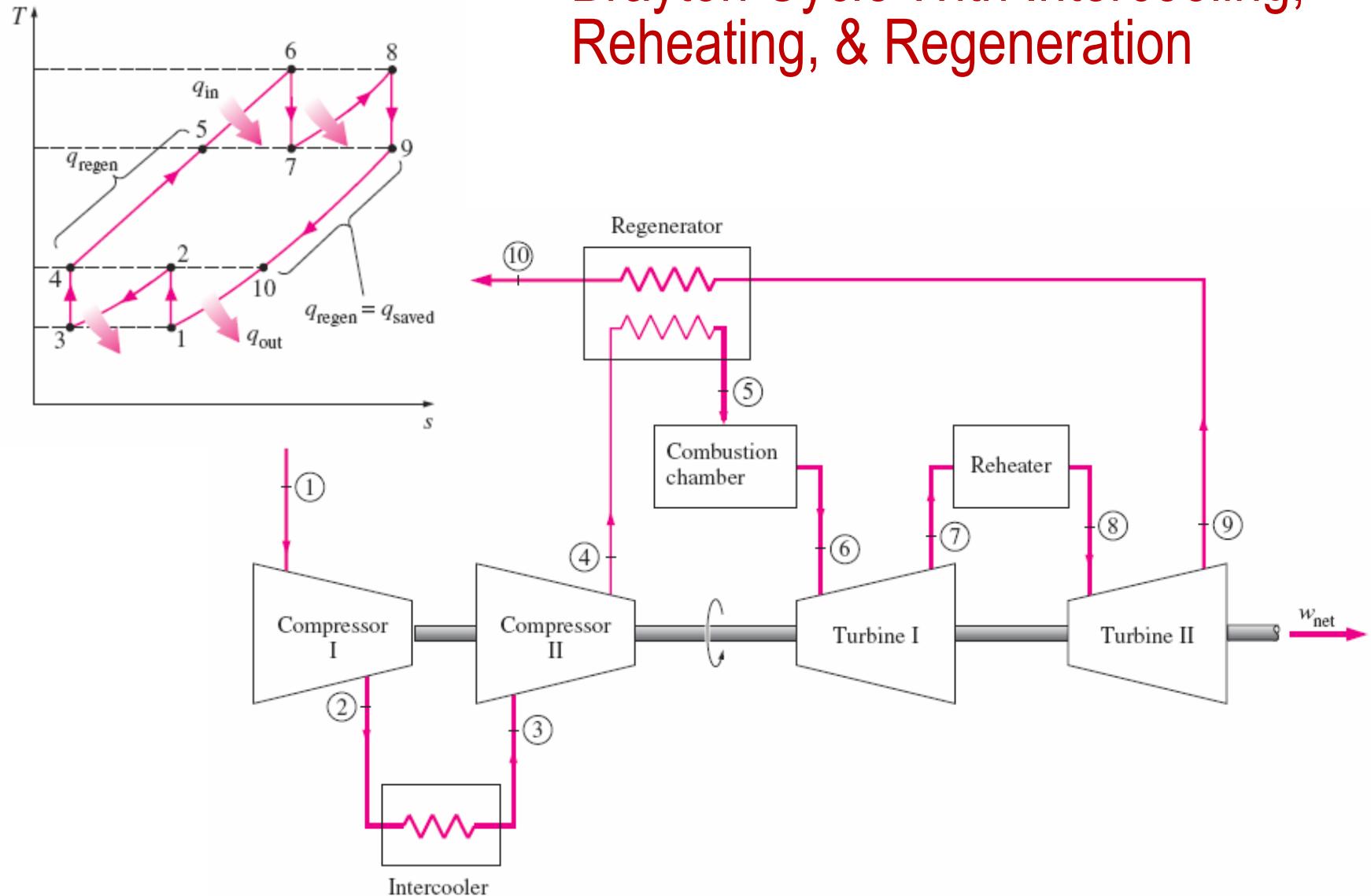


$$\eta_{\text{th,regen}} = 1 - \left( \frac{T_1}{T_3} \right) (r_p)^{(k-1)/k}$$

# Brayton Cycle With Intercooling, Reheating, & Regeneration



# Brayton Cycle With Intercooling, Reheating, & Regeneration

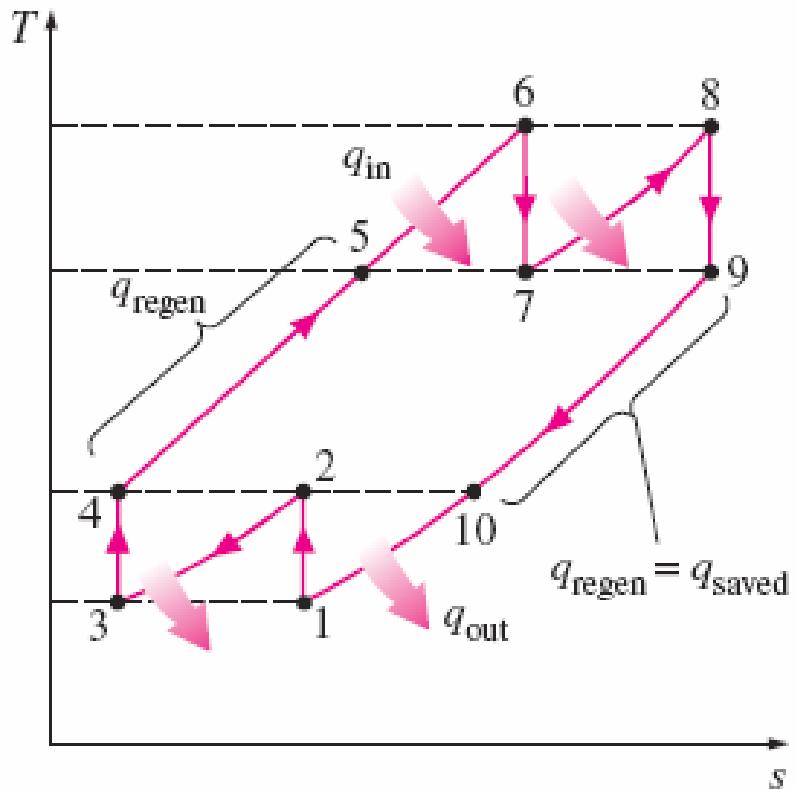


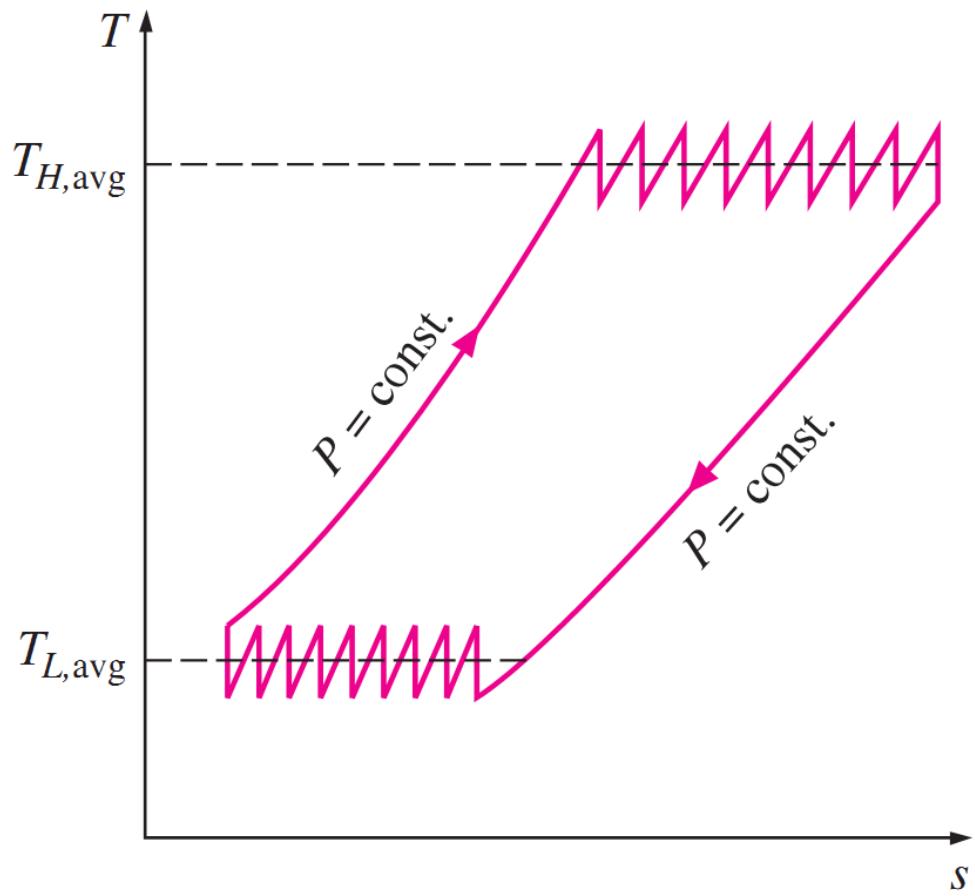
**FIGURE 9-43**

A gas-turbine engine with two-stage compression with intercooling, two-stage expansion with reheating, and regeneration.

شرایط کارکرد بهینه:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_4}{P_3} \quad \text{and} \quad \frac{P_6}{P_7} = \frac{P_8}{P_9}$$





### 9-110

Consider a **regenerative** gas-turbine power plant with two stages of compression and two stages of expansion. The overall pressure ratio of the cycle is 9. The air enters each stage of the compressor at 300 K and each stage of the turbine at 1200 K.

Accounting for the **variation of specific heats** with temperature, determine the **minimum mass flow rate** of air needed to develop net power output of 110 MW.

**Answer:** 250 kg/s.

## 9–108

Consider an ideal gas-turbine cycle with **two stages** of compression and two stages of expansion. The pressure ratio across each stage of the compressor and turbine is 3. The air enters each stage of the compressor at 300 K and each stage of the turbine at 1200 K. Determine:

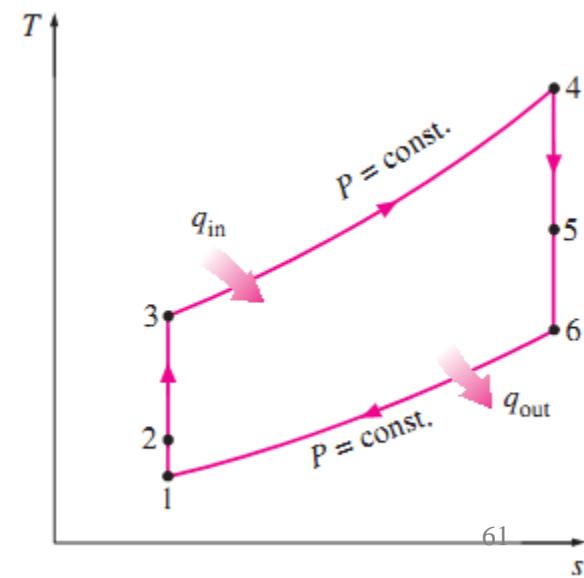
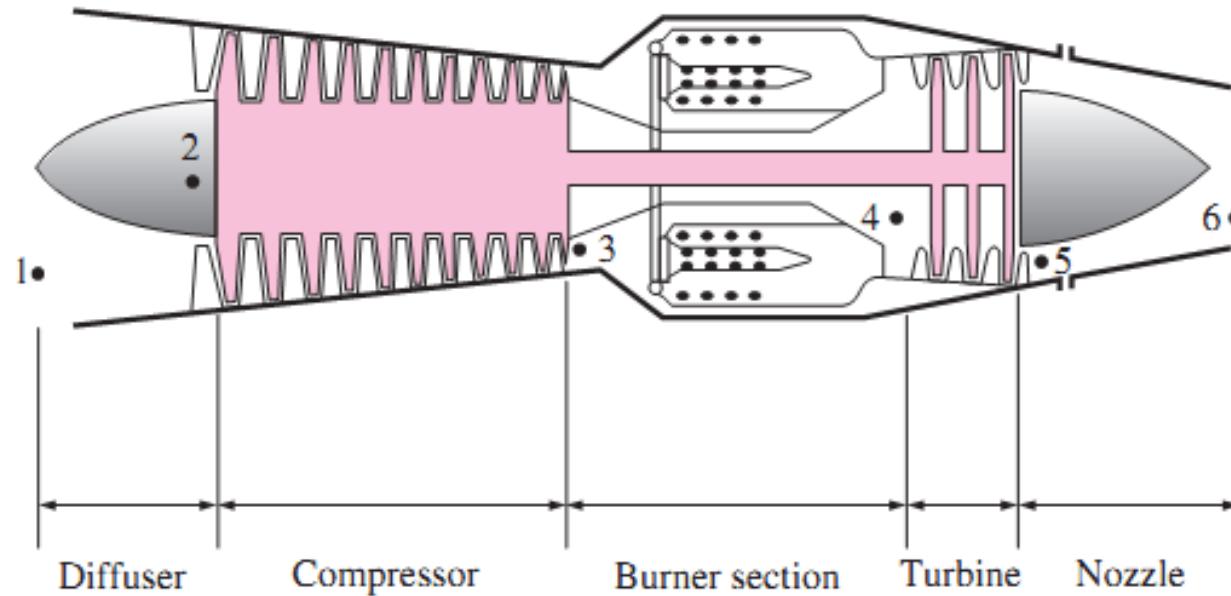
- (a) the **back work ratio**, and
- (b) the **thermal efficiency** of the cycle

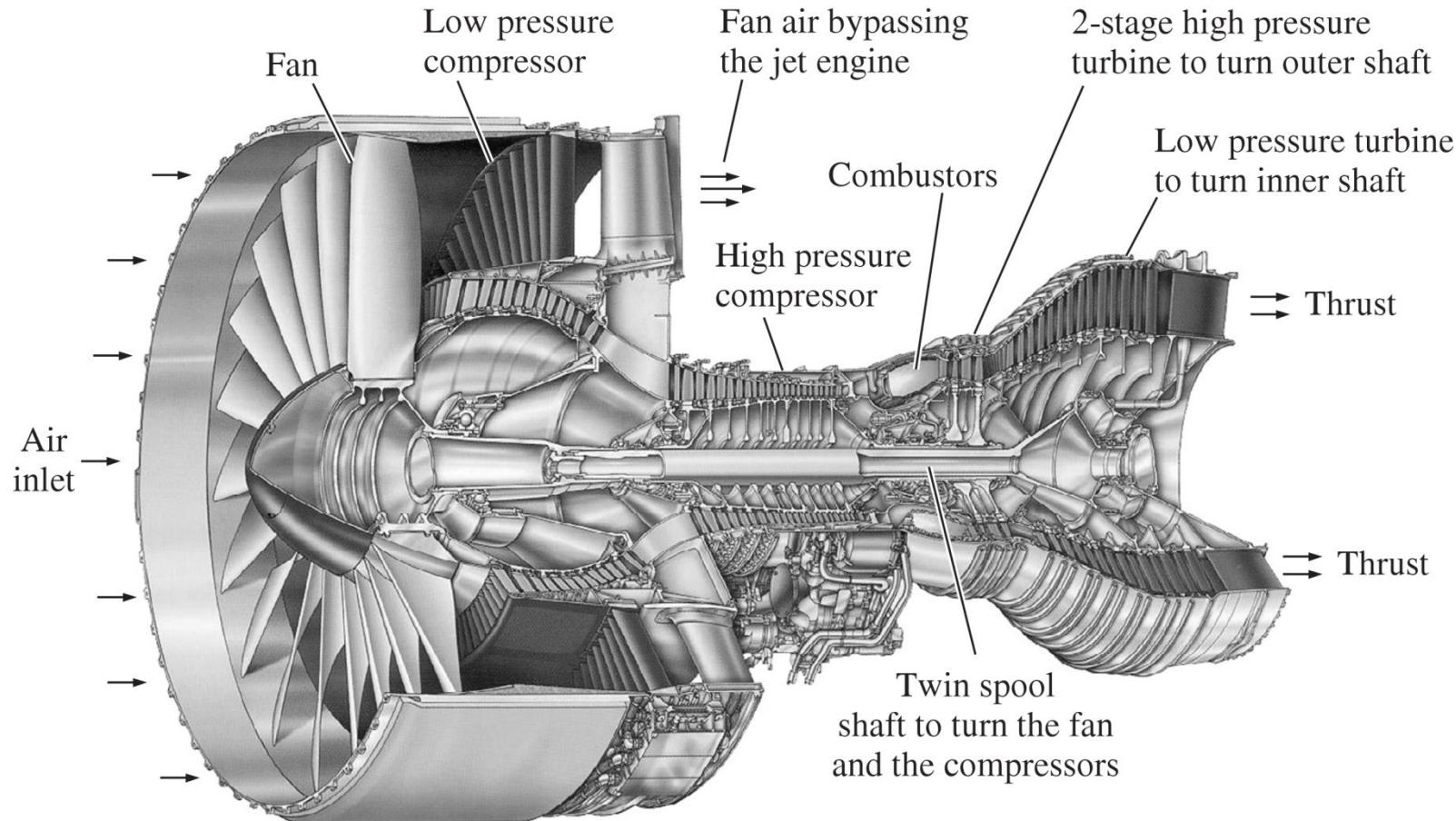
assuming:

- (I) no regenerator is used, and
- (II) a regenerator with **75 percent** effectiveness is used.

Use a **variable specific heats** assumption.

# IDEAL JET-PROPULSION CYCLES





A modern jet engine used to power Boeing 777 aircraft. This is a Pratt & Whitney PW4084 turbofan capable of producing 84,000 pounds of thrust. It is 4.87 m (192 in.) long, has a 2.84 m (112 in.) diameter fan, and it weighs 6800 kg (15,000 lbm).